

TFO - Tesi Filosofiche Online - Online Philosophical Theses

SWIF – Sito Web Italiano per la Filosofia

Note sul diritto d'autore

I diritti relativi alle tesi sono dei rispettivi autori. È consentita la copia per uso esclusivamente personale. Sono consentite, inoltre, le citazioni a titolo di cronaca, studio, critica o recensione, purché accompagnate dall'idoneo riferimento bibliografico. Si richiede, ove possibile, l'indicazione della fonte "TFO-SWIF", incluso l'URL www.swif.it/tfo.

TFO-SWIF delega la responsabilità per il contenuto delle singole tesi ai rispettivi autori.

TFO-SWIF declina qualsiasi responsabilità (espressa, implicita o di legge, inclusa la violazione dei diritti di proprietà e danni da mancato guadagno) in riferimento al servizio offerto, alle tesi pubblicate, alle informazioni in esse contenute (incluso accuratezza e legalità) e ad ogni altro contenuto, anche di terze parti, presente sul sito TFO-SWIF.

TFO-SWIF non è responsabile per alcun danno causato dalla perdita, cancellazione o alterazione, momentanea o definitiva, delle tesi.

TFO-SWIF non può, in nessun caso, essere ritenuto responsabile per danni o perdite di qualsiasi natura che l'Utente assuma di aver subito per l'effetto del mancato funzionamento di qualsiasi servizio offerto e/o per la mancata ricezione di informazioni e/o per la loro inesattezza o incompletezza.

TFO-SWIF si riserva il diritto di cancellare ogni contenuto, che per leggi sopravvenute non rispetti più le limitazioni della giurisprudenza o le nuove condizioni del servizio stabilite.

L'autore ha autorizzato TFO-SWIF al trattamento dei suoi dati personali ai sensi e nei limiti di cui alla legge 675/96.

Copyright Information

The copyright of each thesis belongs to the respective author. The copy is allowed only for personal use. The quotations are allowed for chronicle, study, criticism or review, but they must have the right bibliographic reference. If possible, there will must be the indication of the source "TFO-SWIF", inclusive of the URL www.swif.it/tfo.

TFO-SWIF delegates to the respective author the responsibility for the content of each thesis.

TFO-SWIF declines all explicit, implicit or juridical responsibility (the violation of property rights and the damages for non-earnings included), with reference to the offered service, to the published theses and to the contained informations (precision and legality included) and to all contents (of a third party, too) in the TFO-SWIF site.

TFO-SWIF is not responsibal for any damage caused from the temporary or absolute loss, cancelling or alteration of the theses.

TFO-SWIF can under no circumstances be thought responsible for damages or losses of any nature, that the User assumes to have suffered, for consequence of any offered service or of the unsuccessful reception, uncertainty or incompleteness of information.

TFO-SWIF reserves the right to cancel all contents that in consequence of new laws don't respect the juridical limitations or the new conditions of service.

The author allowed TFO-SWIF to the treatment of own personal data (Italian Law n. 675/96).

SWIF – Sito Web Italiano per la Filosofia



ISSN 1126-4780

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI MILANO

Facoltà di Lettere e Filosofia

Corso di Laurea in Filosofia

IMRE LAKATOS E I MODI DELLA RAGIONE

(metafisica, matematica e scienza empirica)

Tesi di laurea di :

Daniela CAPPELLETTI

Martr. N. 457877

Relatore:

Prof. Giulio GIORELLO

Correlatore:

Dott. Corrado SINIGAGLIA

Anno Accademico 2003/2004

INDICE

Introduzione	p.3
Proofs and Revolutions	p. 18
Squeezing Lakatos	p. 78
Testing Lakatos	p. 112
Conclusione	p. 156
Bibliografia	p. 171

INTRODUZIONE

Imre Lakatos, o Imre Lipschitz, morì improvvisamente a Londra il 2 febbraio del 1974; circa un anno dopo il suo amico e “rivale in filosofia” Paul Feyerabend così scriveva in suo ricordo sul *British Journal for the Philosophy of Science*:

“He was a rationalist, for he thought that man had the duty of using reason in his private affairs as well as in any inquiry concerning himself, nature, and his fellow man. He was an optimist...but reason must not be too strict either, otherwise it becomes impossible to build up science or else to improve ideas, experiments, institutions which are already in existence. We need a type of reason that keeps a sane balance between the inactive *contemplation* of science, and the reformatory zeal. [...] Lakatos has extended the criterion to the empirical sciences and has explained in detail in his epoch making essay ‘Falsification and the Methodology of Research Programmes’. The theory of science that underlies the criterion combines a strict criticism with free decision, historical accidents with the rule of reason. It is one of the most important achievements in twentieth-century philosophy. It’s important because it solves almost all problems created by the first rise of Western Rationalism.”

Nonostante Feyerabend non condivide la posizione filosofica di Lakatos, o meglio, non crede possa, di fatto, risolvere i problemi che la pratica scientifica pone alla filosofia, egli non esita da

definire la MSRP come uno dei risultati più importanti del ventesimo secolo.

Il giudizio di Feyerabend è motivato dall'originalità e dalla ricchezza della proposta di Lakatos, ma anche dal suo netto distacco da molte delle filosofie correnti che ricostruendo la scienza in base ad una prospettiva "assiomatica", di fatto, non riescono a dare conto dell'evoluzione del pensiero scientifico, e tanto meno, spiegano la pratica della scienza.

Queste filosofie, molto "a grandi linee" potrebbero essere "etichettate" come filosofie neopositiviste.

Già Popper, sin dai suoi esordi negli anni trenta, aveva aspramente criticato queste posizioni e con la sua idea di *falsificazione*, correlata a quella di *congettura*, aveva ampiamente contribuito a "demolire" la filosofia neopositivista e, in questo modo, aveva proposto "un'alternativa" alla filosofia corrente.

Lakatos fa sua questa "alternativa" e ne cercherà ulteriori sviluppi. Feyerabend, nella sua presentazione di Lakatos nel 1975, mette in relazione le idee di Lakatos con quelle di Popper; è vero, il legame è molto stretto, ma Feyerabend sa benissimo che il suo amico Imre Lakatos non si "ispira" solo alla filosofia di Popper ma, anche se sotto celate vesti, per tutta la sua vita avrà come altro punto di riferimento la sua formazione marxista ed hegeliana. Nel corso del lavoro verranno entrambe analizzate alla luce della filosofia di Lakatos vista come una sorta di "programma" essa stessa, e come entrambe, in modo diverso, sia Popper che Marx-Hegel, vengano integrati in un unico "nucleo" del programma di ricerca di Lakatos. La critica ha sempre "preferito", anche perché più ovvio, presentare Lakatos "figlio" di Popper a scapito del Lakatos "figlio"

di Marx-Hegel; un primo, e importante, tentativo in senso opposto è, per esempio, l'opera di Kadvány¹ (all'anagrafe, per i curiosi, János Radvány). Kadvány presenta la filosofia di Lakatos in "analogia" con il percorso delineato da Hegel nella *Phaenomenologie des Geistes*, quasi fosse una specie di *Bildungsroman* uscito dalla penna di Goethe.

Il grande merito di Kadvány è sicuramente quello di aver "spostato" una prospettiva un po' troppo "popperiano-centrica" verso l'altra importante radice della filosofia di Lakatos: la tradizione marxista ed hegeliana. La virata di prospettiva è sicuramente resa in modo estremamente efficace da Kadvány, alla fine del libro Lakatos non è più lo stesso di prima, ma, forse, Kadvány "sopravaluta", o meglio, incentra principalmente sulla figura Hegel, l'influenza della filosofia hegeliano-marxista.

Lakatos non aveva una conoscenza approfondita della filosofia hegeliana come si illustrerà nelle prossime pagine (almeno di quello che effettivamente Hegel ha scritto); risulta improba, o meglio soprattutto merito dell'autore, una così stretta analogia fra Hegel e Lakatos. Altro aspetto che rimane soggiaciuto nel saggio di Kadvány è il fatto che, per Lakatos come per Popper, continua a rimanere attiva e forte la prospettiva critica e fallibilista, è attraverso la critica che avvengono i mutamenti, almeno i mutamenti importanti. Lakatos fa interagire entrambe le impostazioni, quella dialettica e quella critica.

¹ Kadvány, J., (2001), *Imre Lakatos and the Guises of Reason*, Duke University Press, Durham and London

Nell'prospettiva di Kadvany, e degli hegeliani più ortodossi, sembra quasi che i frutti della dialettica cadano come le mele mature dall'albero; per Lakatos, invece, le mele mature cadono non per la forza di gravità (da sola), ma sotto la spinta della critica! Un ultimo appunto all'opera di Kadvany: non sappiamo quanto Lakatos abbia studiato Hegel, possiamo solo azzardare congetture.., siamo però sicuri che ha assiduamente frequentato le lezioni di Lúkacs, perché, vista l'approfondita formazione di Kadvany in materia, non approfondire questo "filone" di studio? Forse approfondendo il rapporto Lúkacs – Lakatos potrebbero uscire aspetti interessanti.....Rimane comunque fermo il *grande merito* di Kadvany di aver spostato la prospettiva verso l'altra fondamentale radice del pensiero di Lakatos.

Ma come può essere stato possibile che, in quasi trent'anni dalla morte di Lakatos, solo ora si "riscopra" l'ascendente hegeliano-marxista- lukacsiano (l'ordine degli aggettivi qui cronologico, è opinabile e non certo!)?

Lakatos stesso, negli anni passati in Inghilterra, non ha certo incoraggiato (e ne aveva tutte le ragioni) accostamenti del suo nome con la filosofia marxista; ha preferito tacere ed alimentare il legame con la "famiglia" popperiana, anche se il background marxista non è mai scomparso, si è solo "cambiato d'abito".

A favore di questa "astuta" strategia di Lakatos bisogna valutare un altro fattore: altri filosofi, Watkins, Agassi, per esempio, partendo dallo stimolo della filosofia di Popper, negli stessi anni, andavano sviluppando posizioni "affini", almeno ad una prima indagine, con quella di Lakatos; quindi, perché non "unirsi a

quest'altra nuova e immacolata famiglia" e lasciarsi alle spalle il passato ungherese (molto meno immacolato, anzi!)?

Un filo conduttore per le "parentele" in questa nuova "famiglia" filosofica è sicuramente la rivalutazione della metafisica.

Popper già nella *Logik der Forschung* aveva messo in luce come anche nello sviluppo della scienza le idee metafisiche giochino un ruolo fondamentale stimolando la ricerca scientifica e fornendo una sorta di punto di riferimento per il lavoro degli scienziati; gli allievi hanno sviluppato queste premesse...

Watkins nel suo noto articolo del 1958 (in quegli anni Lakatos aveva appena lasciato l'Ungheria e si stava "ambientando" nella cultura britannica) *Confirmable and Influential Methaphysics*² dà un fondamentale contributo a quel "filone filosofico" impegnato nella rivalutazione della metafisica nel contesto scientifico.

Watkins mette subito in primo piano un gruppo di filosofie le : *haunted – universe doctrines*, queste dottrine che vengono riconosciute come fondamentali per lo sviluppo della scienza, e per la filosofia, sono caratterizzate da una precisa struttura . Seguiamo la definizione di Watkins:

"I call examples of this kind of metaphysics *haunted- universe doctrines* because, they are too serious to be shrugged aside as ghost-stories, there are certain analogies between them and the allagation that a place is hunted.[...]I shall show that this structure is common to a number of extra-scientific ideas which have seriously influenced the development of science and also to a

² Watkins J., (1958), "Confirmable and Influential Metaphysics", *Mind*, n°67, pp. 344-366

number of ideas which have figured prominently in the history of philosophy or which have been at work in the intellectual background of such enquiries as social science, history and philosophy.

Although haunted-universe doctrines are unempirical, in the sense that they are compatible with every conceivable finite set of observation statements, they are not analytic or vacuous, but synthetic or factual, because they are empirical theories with which they will not be compatible....I shall show that some of these doctrines are not only methodologically but morally or politically suggestive as well – they exert a multicultural influence which enables them to shape and knit together into one system various kind of belief.”³

Ad un primo, e superficiale, sguardo queste *haunted- universe doctrine* sembrano avere affinità con i programmi di ricerca scientifici (MSRP) di Lakatos con il suo nucleo metafisico che coordina la ricerca e la vita del programma. Anche Watkins struttura gli asserti di queste dottrine su più livelli, alcuni sono verificabili e falsificabili, altri solo falsificabili, altri asserti “uncircumscribed existential statements” solo verificabile e infalsificabili, infine delinea un gruppo di proposizioni che hanno un carattere universale (logicamente vengono caratterizzate dal quantificatore universale) e sono sia infalsificabili che inverificabili. Chiaramente questo gruppo di asserti ha un “carattere spiccatamente metafisico”; è facile anche un accostamento fra i vari livelli di Watkins e la struttura della MSRP delineata da Lakatos: un nucleo metafisico infalsificabile e un

³ *Ibidem.* pp. 334-335

insieme di elementi che appartengono alla cintura protettiva e che sono passibili di verifiche e falsificazioni.

Le analogie tra i due filosofi non si fermano qui...

Watkins per addurre un esempio storico alla sua visione delle *haunted –universe doctrines* riprende il tema , già proposto da Popper, dell'atomismo, come da dottrina filosofica (*hunted-universe* nel senso di Watkins) si sia trasformato in una feconda e potente teoria scientifica ed empiricamente controllabile. Anche Lakatos si rifà allo stesso esempio: entrambi buoni allievi di Popper.

Ma l'aspetto fondamentale di queste teorie *haunted-universe* , e della loro metafisica, è il carattere regolativo che hanno per la scienza. Queste dottrine si sono evolute con la scienza, ma sempre con “un'occhio” rivolto ad altri rami del sapere, e non costituiscono delle filosofie inventate “ad-hoc” e dopo che la scienza ha prodotto i suoi risultati. Tutt'altro; permettono alle singole teorie scientifiche di aprire nuovi ambiti di speculazione, e nel corso della ricerca, “giocano” un ruolo regolativo delineando sia il programma di ricerca che fornendo prescrizioni metodologiche agli scienziati.

Tra queste prescrizioni metodologiche, per Watkins, bisogna far rientrare anche il “codice di onestà intellettuale” che ogni scienza, nel corso della storia elabora, si va dalle attitudini dei singoli scienziati fino alla prospettiva politica (come per esempio nella fisica del XX° secolo), con questo “codice”, però , non solo si riesce a spiegare quello che gli scienziati fanno, ma anche quello che non fanno, ovvero le scelte possibili, ma che non vengono compiute.

Lakatos, nella MSRP, ha sviluppato entrambi i temi. L'aspetto metodologico viene suddiviso tra il nucleo e la cintura protettiva. Per quel che riguarda la parte di metodologia direttamente influenzata, o appartenente agli asserti metafisici, questa, che delinea la via maestra della ricerca, appartiene al nucleo; diversamente tutti gli asserti che regolano la gestione dei fatti scientifici nella "scienza normale" (per prendere a prestito un termine kuhniano) e che riguardano la gestione dei modelli, bene quest'ambito della metodologia rientra nel dominio della cintura protettiva.

Seguiamo ancora le parole di Watkins:

"My contention is that between the realm of analytic truths and the realm of empirical statements there is a 'no-man's-land' of the haunted-universe doctrines....The matter appears differently when haunted-universe doctrines are introduced. These factual doctrines, which are beyond the reach of empirical testm exert a regulative influence both on empirical theories and on moral and political views. They enjoy a privileged and influential status....The moral-political suggestiveness of haunted-universe doctrine indicates that large scale clashes of belief in the moral-political sphere ...they may be generated , partly or wholly, by conflicting metaphysical interpretation of the world."⁴

Differnetemente da Watkins, Lakatos ha ben in mente come far interagire I vari aspetti della propria metodologia; non conosce "no-men's-land", tutto nella MSRP viene organizzato per spiegare la struttura di un programma scientifico, i suoi sviluppi, la sua storia, i fatti che scoprirà e anche permettere di valutare i

⁴ *Ibidem*, "359-360

programmi di ricerca stessi da un “metalivello” che li consideri con gli stessi standard della MSRP applicata alle teorie scientifiche.

Ecco una prima e fondamentale differenza fra Watkins e Lakatos, forse, anche se entrambi in debito con Popper, non appartengono esattamente alla “stessa famiglia”. Uno sembra più un figlio naturale, l’altro un “trovatello adottato” (magari con “l’astuzia della ragione”). Una sorta di “brutto anatroccolo”, che però grazie alle cure della madre, sbagliata, adottata e popperiana, ha potuto diventare un cigno.

Lakatos sottolinea il valore euristico delle proposizioni metafisiche, sono loro a indicare agli scienziati la via maestra da seguire nella ricerca; similmente Watkins, in mancanza di queste haunted-universe doctrines ravvisa un possibile stop alla ricerca:

“The class of haunted-universe doctrines has some disreputable members, but we cannot therefore legislate the whole class out of existence. For one thing, its members are logical cousins and nephew of respectable empirical statements, and for an other, some of them have proved brilliant fruitful. I think that theoretical science would come to a stop if scientist came to regard the world as an unmysterious place where nothing is veiled and everything is what it appears to be”⁵

Questa rivalutazione del pensiero metafisico non coinvolge solo Popper, Lakatos (anche se per lui, come si mostrerà, vale, forse, un’altra metafisica), e Watkins; sicuramente un altro “figliolo” che appartiene alla “famiglia” cresciuta all’ombra della filosofia di Popper è Joseph Agassi.

⁵ *Ibidem*, pp. 364

Agassi non lesina citazioni, e meriti, a Popper, e riprende il tema dell'influenza della metafisica sulla scienza:

“Ci sono molti criteri di questo genere, ma ce ne è uno particolarmente importante: i problemi scientifici che in un'epoca sono stati prescelti sono quelli che erano collegati a dei problemi metafisici.Sviluppando questo punto, tratterò i problemi della demarcazione tra la scienza, la pseudo-scienza e la metafisica soprattutto per eliminare alcuni banali errori sulla metafisica (specialmente l'identificazione della metafisica con la pseudoscienza) ed il suo ruolo nella tradizione scientifica. Sosterrò che la metafisica può fare progressi...come agente coordinatore del campo della ricerca scientifica. [.....] Il fatto più importante è che i grandi interessi scientifici sono sempre legati a qualche problema metafisico del tempo...Qui è mia intenzione riabilitare la metafisica come impalcatura della scienza, mantenendomi all'interno della prospettiva popperiana di tipo critico, leggermente ritoccata.

Ecco il mio punto di vista. Le teorie metafisiche sono prospettive sulla natura delle cose. Le teorie ed i fatti scientifici possono essere interpretati da diversi punti di vista metafisici....Un'interpretazione può svilupparsi fino a diventare una teoria scientifica e la nuova teoria scientifica può essere difficilmente interpretata da un punto di vista metafisico alternativo. Le dottrine metafisiche comunemente non sono criticabili allo stesso modo delle teorie scientifiche , ordinarmente non vengono confutate, non ci sono esperimenti cruciali. ...La metafisica che è alle spalle della teoria è stata sconfitta, perde il suo potere interpretativo e viene abbandonata. E' in questo modo che alcuni problemi scientifici sono rilevanti

per la metafisica; in genere vengono scelti per essere studiati proprio quei problemi scientifici che presentano questa rilevanza. [.....] Secondo me i fenomeni ignorati sono quelli che le nostre metafisiche non possono interpretare, perché sono troppo povere. Esse sono anche troppo problematiche. [.....] Non so perché gli eventi significativi nella storia della scienza debbano essere metafisicamente significanti, ma fino a questo momento è sempre stato così. Forse essere significativo rispetto alla semplice scienza, è comunemente essere significativo rispetto all'impalcatura metafisica della scienza. Si comprende che, se le impalcature metafisiche sono progetti di ricerca, devono essere prese molto sul serio, ma perché tutti i progetti di pura ricerca devono essere riferiti a poche dottrine metafisiche? Secondo me la maggioranza dei progetti di ricercarilevanti per la discussione fra le poche dottrine metafisiche in competizione in un determinato momento.[.....] La domanda di quali siano i problemi degni di essere affrontati, è una domanda cruciale. Questi criteri appartengono a ciò che assumiamo come il punto di vista della comunità a cui appartiene chi pone il problema. ...possiamo dire che questo punto comprende la metafisica della comunità.....Quindi la metafisica è operazionalmente (ma solo operazionalmente) equivalente all'insieme dei problemi che fa nascere. ...Allora la mia tesi è che il problema più importante e meritevole di essere affrontato, è quello che ha la maggiore probabilità di modificare il nostro punto di vista, la nostra metafisica e tutta la nostra visione dell'universo.”⁶

⁶ Agassi J., (1964), “The Nature of Scientific Problems and their Roots in Metaphysics”, in Bunge M. (editor), *The Critical Approach to Science and Philosophy. Essay in Honor of K. R. Popper*, The Free Press London; trad.it, *Le radici metafisiche delle teorie scientifiche*, Edizioni Borla, Roma

Se ci fossero ancora dubbi “sull’aria di famiglia” che “avvolge” tutti questi filosofi...

Si potrebbe anche essere tentati di squalificare il problematico pensiero di Lakatos in favore di quello più lineare e chiaro di Agassi⁷; “tanto” *apparentemente* sembrano dire le stesse cose....

Non è proprio così. Sembrano parlare della stessa metafisica, ma di fatto si tratta di due “modelli” di metafisica leggermente diversi.

Agassi, e Watkins, riconoscono anch’essi il ruolo attivo e fondamentale delle idee metafisiche nello sviluppo scientifico, questa metafisica è appaiata, accostata alla scienza. E’ come se lo sviluppo della conoscenza fosse un corridore dove la gamba destra è la scienza, quella sinistra la metafisica, ed entrambe corrono assieme.

Si può riportare la stessa immagine per la filosofia di Lakatos. Non sembra. Lakatos, forse, ha in mente un altro modello di ragione.

Quando Lakatos parla del nucleo metafisico che “dirige” la ricerca, che questo nucleo ha un aspetto fortemente euristico, ed è la “vita” del programma di ricerca; indubbiamente *questa* metafisica è estremamente affine a quella esposta da Agassi. Ma, per Lakatos, *non c’è* solo questa forma (popperiana) di metafisica. Lakatos parla esplicitamente di dialettica, di applicare la MRSP ad un metalivello per valutare oltre che i programmi di ricerca stessi anche la storia.

Questa metafisica di ascendenza hegeliana, o marxista, o lukacsiana, non si muove più sul piano della scienza; ma ad un livello superiore, un metalivello, cercando di inglobare fatti

⁷ Per esempio come in un suo articolo Wettersten. Wettersten J., (2004), “Searching for the Holy Ascendent of Imre Lakatos”, *Philosophy of Social Sciences*, vol. 34, n°1, pp. 84-150

scientifici, storici e filosofie, o programmi di ricerca, nel suo archetipo (la MSRP, o per i lukacsiani la dialettica) si spiegazione. Lakatos fa quindi uso di due “modelli metafisici”; a livello “locale” (per usare un’analogia matematica) quello di stampo popperiano, mentre a livello “globale”, per tutto il corso della sua vita, farà riferimento ad un tipo di ragione hegeliana-marxista e lukacsiana. Di originale, in Lakatos, c’è appunto il far interagire, in modo creativo, queste due “forme di ragione” per cercare di superare, definitivamente, i limiti della “filosofia borghese”, o neopositivista (che dir si voglia).

Nel corso delle pagine successive verrà privilegiata questa seconda via, visto che sembra essere quella meno approfondita nello studio di Lakatos.

Nel corso della prima parte, “Proofs and Revolutions”, verranno riletti gli scritti principali di Lakatos, *Proofs and Refutations* e la MSRP, cercando di mettere in luce, in entrambi, la forte influenza della tradizione hegeliana-marxista. Nel corso di questa parte l’esposizione “sarà animata” dalle critiche che, puntuali, Feyerabend ha posto a Lakatos nel corso della loro amicizia.

Le critiche di Feyerabend non sono pura provocazione, come a prima apparenza potrebbero sembrare, ma colgono punti fondamentali della filosofia di Lakatos. Questo prospettava una risposta in una futura opera chiamata *The Changing Logic of Scientific Discovery*; purtroppo tale scritto non ha mai visto luce, Lakatos morì prima di poterla scrivere.

Nella seconda parte, “Squeezing Lakatos”, verrà ricostruito il percorso intellettuale di Lakatos, quanto “affidamento” si possa fare alle sue citazioni di hegelismo, e come si sia “strutturato il

nucleo del *suo* programma di ricerca”. Lakatos riesce a fare un connubio impensato tra due filosofie che ben poco hanno da spartire fra loro: quella popperiana e la tradizione marxista-hegeliana. Questa unione permette a Lakatos di disporre di un potente strumento filosofico ma, anche qui, la chiarezza di Lakatos è solo apparente.

Infine, nell’ultima parte, “Testing Lakatos”, si rileggerà la filosofia della matematica di Lakatos alla luce della MSRP. In primo luogo si cercherà una spiegazione di *quasi – empirico*, un concetto che Lakatos ha abbondantemente usato in *Proofs and Refutations*, ma che altrove, nella sua produzione, trova spiegazione; successivamente, alla luce delle attuali critiche alla filosofia di Lakatos, verranno messi in luce alcuni aspetti che non possono essere trascurati da una filosofia della matematica che voglia ritenersi tale. Lakatos lo ha fatto, più probabilmente per pregiudizio verso il metodo assiomatico che per ignoranza.

Alla luce di quanto emerso dalla critica recente verranno portate avanti alcune riflessioni in base allo sviluppo della teoria di Galois fino al Programma di Erlangen di Felix Klein; l’obiettivo è quello di valutare se il nucleo metafisico del programma di ricerca possa essere un nucleo matematico, nel caso il concetto di gruppo, e come questo nucleo permetta di espandere le conoscenze matematiche. Verrà illustrata anche un’ultima critica alla posizione di Lakatos; il suo pregiudizio rispetto alla formalizzazione assiomatica non gli ha permesso di prendere in considerazione la possibilità che il polo negativo della dialettica possa essere costituito dai risultati esposti assiomaticamente e formalizzati; e questo “polo assiomatico” sia un elemento fondamentale della

crescita della conoscenza matematica. Altrimenti, in base allo schema originario di Lakatos, rimarrebbe estremamente difficile spiegare il ruolo fondamentale che l'opera di Jordan ha avuto per lo sviluppo della matematica.

Si impone la necessità di considerare la MSRP come uno “strumento fluido” di valutazione e ricostruzione della scienza, altrimenti, si rischia di “eliminare” dei fatti importanti (es. il lavoro di Jordan).

Nelle conclusioni, per ultimo, si darà un accenno all'influsso che Lúkacs ha avuto sulla formazione di Lakatos, e come quest'ultimo, pur senza mai nominarlo espressamente (le ragioni politiche non sono influenti) abbia verso Lúkacs un forte debito formativo.

Per terminare verranno portati alcuni accenni a dei problemi “aperti”, più o meno direttamente, dalla filosofia di Lakatos.

Imre Lipschitz, o Lakatos, non era “uno stinco di santo”; tutt'altro.

Un suo biografo del periodo ungherese dice: “*Lakatos was not a gentleman*”⁸; detto in termini molto paesani Lakatos era “una ‘bella’ teppa d'uomo”!!!

Noto è il suo coinvolgimento attivo nel Partito Comunista Ungherese, Partito che per “sbrogarlo” da una difficile situazione lo manda a studiare a Mosca per “quietare le acque”. Partito che prima lo mette al governo come funzionario attivo del Ministero dell' Educazione (il ministro era Lúkacs), poi gli toglie l'appartamento in centro a Budapest e lo “spedisce” nelle “patrie galere”. Non si può certo dire che la vita di Lakatos sia stata quella

⁸ Long J., (2001) “Imre Lakatos' life in Ungary”, in Kampis, Kvaz, Stoelzner, *Appraising Lakatos. Mathematics, Methodology and the Man*, Kluwer Academic Press, Dordrecht

di un innocuo accademico dedito allo studio della propria materia nella solitudine delle carte e dei propri pensieri.

Non è una falsa congettura pensare che l'uscita dall' Ungheria nel 1956, sia costata a Lakatos qualche "favore - aiuto politico" in cambio della libertà di recarsi in Occidente; non a caso il Governo Inglese non gli concederà *mai* la cittadinanza britannica.

Fra parentesi, Karl Popper non era solo cittadino inglese, ma anche *Sir*....e su certi "elementi" i riconoscimenti governativi hanno sempre un loro fascino....

La filosofia di Lakatos è così diversa dalla sua persona? Dobbiamo credere, ingenuamente, a quello che ha scritto; oppure analizzarlo attentamente e cercare di *usare a nostro fine* quanto c'è di buono?

Forse non dare troppa fiducia a Lakatos sembra poter essere la via più
feconda.....

PROOFS AND REVOLUTIONS

In vita Imre Lakatos e Paul Karl Feyerabend erano amici, entrambi immigrati in Inghilterra e alla London School of Economics; ed entrambi aspramente critici nei confronti della filosofia di Sir Karl Popper. Sia Lakatos che Feyerabend venivano da studi in discipline scientifiche: per uno la matematica, per l'altro la fisica. Tanto simili all'apparenza, tanto distanti nelle posizioni filosofiche.

La "cosa" può essere così sintetizzata:

"Oggi questa infantile accettazione della scienza ...è messa in dubbio da due sviluppi, cioè (1) dalla trasformazione della scienza da indagine filosofica a impresa commerciale e (2) da alcune scoperte relative allo status dei fatti e delle teorie scientifiche. [...] Abbiamo anche scoperto che la scienza non produce risultati solidi, che tanto le sue teorie quanto le sue proposizioni fattuali sono ipotesi.....la scienza è un insieme di alternative in competizione. [...] Poco piacevole in apparenza, inaffidabile nei suoi risultati, la scienza ha cessato di essere un'alleata per l'anarchico. E' diventata un problema.....L'anarchismo epistemologico si differenzia sia dallo scetticismo, che dall'anarchismo politico (o religioso). Mentre lo scettico considera ogni punto di vista ugualmente buono o cattivo, oppure si astiene

del tutto dai giudizi, l'anarchico epistemologico difende senza alcun rimorso le posizioni più trite o oltraggiose.....Come il dadaista (al quale per molti versi assomiglia) egli “non solo non ha un programma, ma è contrario a ogni programma”.[....] L'unica cosa a cui si oppone decisamente, e assolutamente, sono i criteri universali, le leggi universali, le idee universali come Verità, Giustizia, Onestà, Ragione e i comportamenti che esse generano, [....]l'anarchico cercherà di convincere il suo pubblico che l'unica regolaper far progredire il suo campo d'indagine è *tutto va bene*.

Imre Lakatos non è d'accordo. Concede che le attuali metodologie si scontrano con la pratica scientifica, ma crede che esistano criteri sufficientemente liberali da permettere alla scienza di progredire e allo stesso tempo abbastanza sostanziali perché la ragione sopravviva. I criteri si applicano ai programmi di ricerca, non alle singole teorie; essi valutano l'evoluzione di un programma nell'arco di un periodo di tempo, non la sua struttura in un dato momento; e giudicano questa evoluzione confrontandola con quella dei programmi dei suoi rivali, non da sola. Chiama un programma di ricerca “progressivo” se fa predizioni che sono confermate da successive ricerche e porta così alla scoperta di nuovi fatti.I criteri valutano i programmi di ricerca, *non consigliano* allo scienziato cosa deve fare.”⁹

Se dovessimo usare un'immagine “guerrigliera” si potrebbe dire che Lakatos e Feyerabend stavano su due versanti opposti della barricata. Uno difendeva la Ragione, l'altro la attaccava senza tregua.

⁹ Feyerabend, P.K., (1995) “Tesi sull'anarchismo”, in *Sull'orlo della scienza*, a cura di Matteo Motterlini, Raffaello Cortina, Milano

“Alleati” di Lakatos sono Polya e Popper in prima linea, Hegel e Marx nelle retrovie; mentre Feyerabend combatte con le armi dello scettico: la critica e il non dare nulla per scontato. E quando non è pago dello scetticismo passa all’anarchia.

Il suo nome di battaglia: Paulus Empiricus.¹⁰

Paulus Empiricus se dovesse esporre ai suoi commilitoni i punti della filosofia di Lakatos da attaccare focalizzerebbe le sue critiche su:

1. gli standard metodologici proposti dal Prof. Lakatos nella pratica non permettono di scegliere fra i vari programmi di ricerca, ma si muovono al livello del senso comune.
2. il Prof. Lakatos non spiega assolutamente cosa sia un “mutamento razionale”.
3. così come gli standard non permettono una scelta fra i programmi, non è possibile definire la superiorità della scienza contemporanea nei confronti della stregoneria.
4. Lakatos non spiega la pratica della scienza, ma nemmeno spiega i suoi scopi. Perché gli scopi di Fleming (scopritore della penicillina) sono “superiori”o “migliori” rispetto agli scopi di Madhava e Vagbhata¹¹?

¹⁰ Feyerabend firma alcune lettere all’amico Lakatos con il nome immaginari di Paulus Empiricus (è evidente l’analogia con Sesto Empirico). In: I. Lakatos, P.K.Feyerabend, (1995),*Pro e contro il metodo*, a cura di Matteo Motterlini, Raffaello Cortina Editore, Milano

¹¹ Madhava e Vagbhata vissuti in India attorno al 700 d.C., furono medici e scrittori di medicina; a loro si deve una sistemazione delle pratiche cliniche dell’epoca oltre che uno studio dei metalli e relativi composti per fini terapeutici.

Ovviamente il Prof. Lakatos non rimarrebbe fermo e muto a subire gli attacchi di “Empiricus”.

Si attiva immediatamente per spiegare nel modo più chiaro possibile ai suoi “nemici” perché credere nella Ragione, perché dare fiducia alla scienza (e non è proprio vero che “tutto va bene”), ma soprattutto perché la sua metodologia è migliore rispetto alle altre, e oltre a spiegare il progresso della scienza, spiega anche quello della storia.

Il progetto del Prof. Lakatos è molto ambizioso; e come ogni buon generale in battaglia sa che le sue possibilità di vittoria aumentano riuscendo a distrarre il nemico: le prime linee attaccano, subito dopo i battaglioni delle retrovie si staccano e stringono il nemico ai lati (mentre questo è impegnato a scontrarsi con i soldati delle prime linee). In questo modo il nemico, attaccato contemporaneamente su due fronti e preso impreparato, dovrebbe soccombere in breve tempo.¹²

Ai giovani studenti e ricercatori che frequentavano la London School of Economics, al Dipartimento di Filosofia, Logica e Metodo Scientifico, il benvenuto era dato, più o meno, nei seguenti termini:

“Sono un professore di metodo scientifico, ma ho un problema: il metodo scientifico non esiste...”¹³

¹² Tale era la tattica di battaglia di Federico di Hohenzollern, Re di Prussia. Karl von Clausewitz,(1970), *Della guerra*, Arnoldo Mondadori Editore, Milano.

¹³ Feyerabend P. K ,(1994), *Ammazzando il tempo*, Laterza, Roma - Bari.

Con queste parole spesso Karl Popper apriva le sue lezioni. Riviste alla luce della filosofia di Popper suonerebbero così: il metodo che propugnano i Neopositivisti logici non esiste. La metodologia non può riferirsi solo alle verificazioni delle teorie. La verifica non accresce la conoscenza. Giustificare la verifica e l'induttivismo porta solo ad uno sterile "regresso all'infinito". Solo attraverso il tentativo di falsificare una teoria, si può sperare di accrescere la conoscenza. Le falsificazioni stimolano gli scienziati a elaborare nuove congetture, congetture che poi si trasformeranno in teorie, e che, grazie alla falsificazione da cui sono nate, avranno un potere esplicativo maggiore della teoria precedente. Non c'è un metodo dell'induzione e della verifica; ma esiste un "metodo" della falsificazione e della congettura. Ovviamente, poi, i nomi degli induttivisti (e simili) devono essere scolpiti nella lista dei cattivi della Filosofia.

Se le parole citate sopra le avesse pronunciate Paul Feyerabend non ci sarebbe bisogno di interpretarle. Già nude e crude direbbero tutto sul suo atteggiamento: non ci sono metodologie, tanto meno metodologie migliori delle altre. L'idea stessa di una metodologia è una specie di chimera. La pratica della scienza, poi, è lasciata all'arbitrio (in tutti i sensi) dei singoli, non ai "consigli" che i filosofi possono dare.

Più complessa è la situazione per Imre Lakatos, egli le potrebbe tradurre più o meno così: "Sono un professore di Logica, con

speciale competenza verso al Filosofia della Matematica¹⁴. Non ho problemi a dire che il Metodo Scientifico (come propugnato dagli induttivisti e dai neopositivisti) non esiste. Esistono però metodologie, più o meno efficaci, che fanno crescere la nostra conoscenza; queste si evolvono con la storia. Non ci sono date una volta per sempre: la dinamica della scienza si sposa con la dinamica della storia. Chiaramente, poi, le metodologie migliori non rendono solo conto dei fatti, ma anche delle teorie implicate e della loro ricostruzione storica.”

Andiamo però con ordine a ricostruire il pensiero di Lakatos, e anche le critiche del suo amico Feyerabend.

La prima opera che rende noto il nome di Imre Lakatos ad un pubblico più vasto che quello ungherese è *Proof and Refutations*, il breve saggio è tratto dalla tesi di dottorato che discusse a Cambridge, il contenuto viene poi riorganizzato sotto forma di dialogo ed apparve pubblicato in quattro parti sul prestigioso *British Journal for the Philosophy of Science*¹⁵ tra il 1963 ed il 1964.

Negli anni quaranta e cinquanta un altro matematico ungherese si era occupato di scoperta matematica ed euristica: George Pólya.

¹⁴ Alla London School of Economics Lakatos aveva avuto in assegnazione una speciale cattedra che gli conferiva il titolo di “Professor of Logic with special reference to Philosophy of Mathematics”. Motterlini, (2000), *Lakatos*, il Saggiatore, Milano, pp.18.

¹⁵ John Warral ed Elie Zahar nell’introduzione dell’edizione postuma da loro curata presso Cambridge University Press ricordano che lo stesso Lakatos avrebbe voluto ripubblicare il lavoro con l’inclusione di aggiunte a quanto esposto all’inizio degli anni sessanta. I curatori fanno inoltre presente che le aggiunte fatte nell’edizione rispecchiano le idee espresse dallo stesso Lakatos nei loro colloqui.

Lakatos lo conosceva molto bene, in ungherese aveva anche tradotto *How to Solve it?*, il lavoro di Pólya è fondamentale per avvicinare Lakatos a una concezione della matematica che si focalizza sulla “pratica” e sullo sviluppo delle idee, invece che sulla presentazione assiomatica che viene data nei manuali o nei saggi scientifici.

Entrambi hanno a cuore la didattica della matematica. Polya si attiva a scrivere libri e a organizzare seminari per sensibilizzare gli insegnanti (oltre che i suoi lettori) sulle tecniche per risolvere i problemi matematici. Tecniche che fanno parte del “sapere come” della materia e che troppo spesso nei testi scolastici vengono oscurate dalle informazioni che si riferiscono alla formalizzazione dei risultati, non a come questi sono stati ottenuti. Per Pólya, quindi, le tecniche con cui risolvere i problemi vanno a pari passo con l’euristica; anzi, si potrebbe dire che sono praticamente la stessa cosa.

Anche Lakatos si interessa in prima persona della didattica della materia, non dimentichiamo che nel periodo in cui collaborava con il Ministero dell’ Educazione ungherese, si occupava direttamente di questioni riguardanti l’insegnamento scolastico; inoltre, l’esposizione *Proof and Refutations* non ha la forma di un saggio, ma si tratta di un dialogo fra un insegnante ed i suoi studenti dove, la trama della “congettura-dimostrazione” si svolge sul filo di battute, domande e risposte.

Sir Karl Popper non è il solo a pensare che le congetture siano la vera fonte della conoscenza umana, anche Pólya condivide questa

posizione. Anche se per Pólya le congetture non hanno origini da delle falsificazioni delle teorie, come invece è per Popper, si tratta piuttosto di sviluppare delle congetture da “dati di fatto” (contesto chiaramente induttivistico), per poi mettere alla prova la congettura su diversi casi e trarne poi delle conclusioni.

Ma “entriamo nel vivo” e analizziamo la trama di *Proof and Refutations*.

Come già accennato la storia svolge in un’aula scolastica, dove il professore propone ai suoi studenti un problema: *quale è la relazione fra i vertici (V), gli spigoli (S) e le facce (F) in un poliedro?* In particolare nei poliedri regolari. L’analogia è chiara, nei poligoni una tale relazione esiste, bisogna ora vedere se anche tra i poliedri si può riscontrare tale proprietà, che potrebbe risultare utile anche per una loro classificazione.

Lakatos fa “agire” la versione informale della storia attraverso le battute del dialogo, mentre nelle note a piè pagina viene riportata la versione storica della genesi del teorema dove i protagonisti sono Descartes, Euler, Hessel, Lhuillier e Cauchy.

Immediatamente la questione si fa animata e, dopo qualche prova, e qualche errore, viene proposta la seguente soluzione (congettura ingenua) pensando che la si possa applicare a qualsiasi poliedro:

$$V-S+F=2$$

A questo punto si tratta “solo” di produrre una dimostrazione che giustifichi la congettura.

L’insegnante suggerisce ai suoi ragazzi un piccolo esperimento mentale: immaginare che le facce dei poliedri siano costituite da

una gomma molto fine, in modo che, tagliandola senza deformarla, sia possibile “stendere il poliedro” su una superficie piana come una lavagna; si procede poi a “rimuovere una faccia”. Si ipotizza che un oggetto di tre dimensioni possa essere “trasformato” in uno avente due dimensioni. Con questa “nuova dimensione” il poliedro svela però una sorpresa: il rapporto congetturato fra i vertici, gli spigoli e le faccie è cambiato. Ora si osserva $V-S+F=1!$

Il professore sollecita gli allievi a immaginare di tracciare delle diagonali all’interno delle faccie del poliedro “disteso”, poi i nuovi triangoli creati con le diagonali andrebbero “tolti” uno ad uno, per verificare se la nuova relazione $V-S+F=1$ si mantiene anche in questa circostanza. Verificato! Ma sorge fra gli studenti una domanda: la tecnica di “stendere il poliedro” e immaginarlo in due dimensioni, rimuovendo una faccia, si può applicare a tutti i poliedri?

Sorgono dei dubbi non solo sulla tecnica impegnata per la verifica della congettura, e su cosa sia una “prova”. Il professore consiglia agli studenti di non “distrarsi” con questioni metodologiche, che potranno sempre venire affrontate in seguito; e si procede con la ricerca a una dimostrazione. Ma Lakatos fa dire al “suo” insegnante:

“Till then I propose to retain the time-honored technical term proof for a thought-experiment or quasi-experiment which suggest a decomposition of the original conjecture into subconjectures or

lemmas, thus embellishing it in a possibly quite distant body of knowledge."¹⁶

Con questo suggerimento, che una dimostrazione, e il suo relativo esperimento mentale possono essere articolati in un'idea principale e delle "sotto-idee" o "sotto-congetture", o più tecnicamente lemmi, gli studenti procedono nella ricerca di una dimostrazione per il loro teorema.

Se fino a questo momento si è cercata una "verifica" della congettura, ora la narrazione fa emergere nuove questioni, spingendo i ragazzi verso un "*quite distant body of knowledge*".

Sorge la domanda: "*Is counterexample criticism?*".

A' la Popper si può leggere controesempio = falsificazione; si abbandona l'ideale (ingenuo) della verifica per cercare di far aumentare il potere esplicativo della congettura cercando di renderla efficace anche per i casi "più dubbiosi e astiosi".

La critica che ne esce non ha un carattere distruttivo, ma costruttivo: un controesempio può falsificare solo una parte della congettura (lemma) e lasciare intatto il potere esplicativo globale. Sorge la differenza fra *controesempi locali e globali*; i primi attaccano singole parti (che in genere spiegano casi specifici), mentre i secondi si scagliano contro l'intera congettura.

I ragazzi si animano alla ricerca di nuovi controesempi e sorge una questione: se un cubo, con all'interno una cavità, anch'essa di

¹⁶ Lakatos Imre, (1976), *Proof and Refutations*, ed. Warral,J., Zahar,E., Cambridge University Press, Cambridge, pp 9; trad.it, *Prove e confutazioni*, Feltrinelli, Milano, 1979

forma cuboidale, dove $V-S+F=4$, possa essere incluso nella congettura?

Delta¹⁷ liquida la questione sostenendo che il “cubo cavo” non è altro che un “*mostro*”, non un controesempio che si possa prendere in considerazione. Sorge un altro problema: quali oggetti tenere in considerazione? Cosa è un poliedro? La prova della congettura doveva servire a classificare i poliedri, ma a questo punto la discussione si infervora su quali oggetti siano passibili di classificazione (rientrano nel “campo di azione/spiegazione della congettura”) e quali hanno uno status (ontologico) non meglio identificato. Anzi: mostruoso!

Si susseguono varie definizioni dell’oggetto poliedro. Da un solido costituito da facce poligonali (palesamente semplicistica), al sistema di poligoni (per includere anche “il mostro”); per finire con una definizione più composita la continuità fra le varie facce poliedriche del poligono, oltre che la possibilità di “attraversare idealmente” il poliedro senza che si tocchino i vertici o gli angoli della struttura. Quest’ultima definizione dovrebbe escludere “il mostro”. Si riprende anche l’idea originaria di usare la congettura matematica ($V-S+F=2$) per definire gli oggetti: una quarta definizione viene proposta!

L’atmosfera nella classe è bene riassunta dalle parole di Delta:

¹⁷ Gli studenti coinvolti nella discussione vengono chiamati da Lakatos con i nomi delle lettere dell’alfabeto greco.

“I look for order and harmony in mathematics, but you only propagate anarchy and chaos.”¹⁸

Parole che sicuramente l'amico Feyerabend ha amato.

Comunque la discussione fra ragazzi continua “snocciolando” controesempi e definizioni, fino a quando Gamma non interviene:

“I think that if we want to learn about anything really deep, we have to study it not in its normal, regular, usual form, but in its critical state, in fever, in passion...This is how one can carry mathematics analysis into the very heart of the subject. But even if you were basically right, don't you see futility of your *ad hoc* method?”¹⁹

Si impone un'altra questione: non sempre gli esempi scelti dagli studenti arricchivano la congettura originaria, alcune volte sono stati scelti “per far andare avanti le cose” e senza un contenuto ben preciso.

La strategia fino ad ora utilizzata di analizzare i controesempi, e cercare di “classificarli” viene battezzata: *method of monster-barring*.

Precedentemente si è discusso sullo status degli oggetti della prova, quali poliedri, anche i “mostri”...., ora si discute sulle caratteristiche delle proposizioni che costruiscono una prova; quelle sempre vere, quelle sempre false. Altre vengono accolte, che

¹⁸ *Ibidem*, p.19

¹⁹ *Ibidem*, p.23

pur dipendendo da un principio centrale vero, in alcuni casi ammettono eccezioni e restrizioni. Qui, per Lakatos si apre lo spazio per la “contrattazione” della prova, lo spazio della scoperta matematica “*ruota*”²⁰ attorno alla verità ma, ciò che “appare falso” può essere introdotto ed elaborato attraverso eccezioni e restrizioni della teoria originaria. La tecnica del *monster-barring* non solo ha un valore euristico all’interno della discussione informale, ma riesce anche a trovare un corrispettivo nelle proposizioni che costituiscono una prova (formale): “*proof-barring*”. Lakatos delinea così due livelli nella prova: la teoria centrale (vera) ed i lemmi che inglobano anche ciò che informalmente appariva falso. L’anarchia e il caos di cui si lamentava Delta vengono, lentamente, e con arduo lavoro, organizzati.

Le strategie evidenziate a livello informale, quella del *monster-barring* e quella del *exception-barring*, vengono usate per delineare il *dominio di validità della congettura originale*. L’elaborazione della prova procede poi attraverso l’incorporazione dei lemmi: i “fatti” emersi a livello informale vengono formulati nel modo più preciso possibile e sistemati all’interno del quadro concettuale proposto dalla congettura. Lakatos non vede questo processo come una specie di “analisi della prova”; tutt’altro. Iota,

²⁰ Il termine usato da Lakatos per questo ultimo tipo di proposizioni è: “although they *hinge on true principles*, nevertheless admit restrictions or exceptions in certain cases...”. Ibidem, p.24 [mio il corsivo nella citazione]. Ruota, non è forse la traduzione migliore, ma è il termine che, a mio parere, meglio descrive il concetto.

sbigottito dai risultati ottenuti commenta: “...and it displays the fundamental dialectical unity of proof and refutations.”²¹

Gli studenti appaiono decisamente confusi e disorientati, il professore si affretta a chiarire l'unità metodologica delle strategie euristiche fino a questo punto utilizzate.

“I hope now that you all see that proof, even though they may not prove, certainly do help to improve our conjecture. The exceptional barriers improved it too, but improving was dependent on proving. Our method improves by proving. This instinct between the logic of discovery and the logic of justification the most important aspect of the method of lemma incorporation....”

Domanda dello studente: perchè chiamiamo comunemente “prova” ciò che (qui, dal Prof. Lakatos) abbiamo definito come *improving* (il mettere alla prova una teoria con controesempi). Sempre l'insegnante risponde:

“Mind you, few people share this willingness. Most mathematicians, because of ingrained heuristic dogmas, are incapable of setting out simultaneously to prove and refute a conjecture. They would either prove it or refute it.They want to improve their conjectures without refutations; never by reducing falsehood but by monotonous increase of truth; thus they purge the growth of knowledge from the horror of counterexamples....they stay by ‘playing for safety’ by devising proof for the ‘safe’ domain and continue by submitting it to a thorough critical investigation....If

²¹ *Ibidem*, p. 37. [corsivo mio]

not, they ‘shape’ or ‘generalize’ the first modest version of their theorem....For instance, after one or two counterexamples, they may formulate the *provisorial exception barrig-theorem* ...postponing...instances for a *cura posterior*...”²²

Non solo il Prof. Lakatos critica aspramente la tecnica di lavoro dei suoi “collegli matematici”, ma se la prende anche, e non poco, con la “cattiva coscienza” degli stessi. I quali sanno di non aver “*improved*” i loro teoremi a sufficienza, ma non se ne curano (o almeno non a abbastanza) e declinano i relativi problemi alla posterità.

L’amico Feyerabend, a questo punto, sicuramente, inizierebbe lui a gridare e interrompere il Prof. Lakatos mentre tiene la sua lezione!²³ Probabilmente potrebbe dire qualcosa del genere: “ci sono comunisti che quando non possono più vedere complotti e false coscienze nella storia, e agire di conseguenza; li vedono nascosti in mezzo ai numeri. Gli intenti pedagogici del partito si spostano dalla politica alla didattica....altro che dialettica!”.

Ma riprendiamo con le vicende dei “nostri” studenti alle prese con la congettura di Eulero, nella fase in cui devono trasformare le loro congetture, attraverso un *improving*, in un vero e proprio teorema. Lakatos è molto chiaro a riguardo di queste fasi della *dinamica della conoscenza*: l’affrontare e criticare anomalie, *monster-*

²² *Ibidem*, p. 37

²³ In genere avveniva il contrario. Alla London School of Economic l’aula dove faceva lezione Feyerabend era attigua all’ufficio di Lakatos; quest’ultimo, a detta di Feyerabend, non perdeva occasione per intervenire, con tono sonoro e battagliero, criticando quanto veniva detto durante la lezione. Feyerabend, P.K., (1994), *Ammazzando il tempo*, Laterza, Roma-Bari, pp, 146-147.

barring, ipotesi alternative, più o meno esplicative della congettura originaria, è un momento cruciale. Cruciale perché, come già accennato, permette di delimitare “il campo di azione del teorema”, ma principalmente porta alla luce (in termini hegeliani si può tradurre: *alla coscienza*) la conoscenza di sfondo, *background knowledge*, che svolge un ruolo euristico determinante nella strutturazione della prova. Infatti controesempi, “mostri” e soluzioni emergono nel contesto della conoscenza di sfondo per poi essere trasportati in una nuova teoria scientifica o “importati” nella congettura originaria.

Questa dinamica che ingloba ciò che a prima vista poteva sembrare inconciliabile con la congettura primitiva, introducendo la “falsità” nella ricerca della verità, viene riconosciuta come un *principio regolativo* fondamentale nello sviluppo primigenio della prova, inglobata a partire dai controesempi, e, successivamente integrata nella prova- dimostrazione finale.

"I call this criterion the *Principle of Retransmission of Falsity* because it demands that global counterexamples are also local: falsehood should be retransmitted from the naïve conjecture to the lemmas, from the consequent of the theorem to its antecedent....The Principle of Retransmission of Falsity is therefore a *regulative principle* for proof-analysis *in statu nascendi*.." ²⁴

Una nuova possibilità emerge dalla discussione: che nessun possibile controesempio (nessuna falsità) si imponga nella

²⁴ *Ibidem*, pp.47-48

discussione e quindi, conseguentemente non ci sarebbe né “proof-analysis”, né tanto meno “improvement”. Lakatos chiarisce subito che tale ipotesi non è reale. Quando ci si trova in situazioni senza “falsificazioni”, allora, molto probabilmente si tratta di verità accettate a priori e senza la minima valutazione critica.

Lakatos per non lasciare “spaesati” gli studenti introduce delle *regole euristiche*:

“I would propose to rechristen our ‘method of lemma-incorporation’ the ‘method of proof and refutations’. Let me state its aspect in three heuristic rules:

Rule1. If you have a conjecture, set out to prove and to refute it. Inspect the proof carefully to prepare a list of non-trivial lemmas (proof-analysis); find counterexamples of both the conjecture (global counterexamples) and to the suspect lemmas (local counterexamples).

Rule2. If you have a global counterexample discard your conjecture, add to your proof-analysis a suitable lemma that will be refuted by counterexample, and replace the discarded conjecture by an improved one that incorporates that lemma as condition. Do not allow a refutation to be dismissed as a ‘monster’. Try to make all ‘hidden-lemmas’ explicit.

Rule3. If you have a local counterexample, check to see whether it is not also a global counterexample. If it is, you can easily apply Rule2.”

Munita di questi “euristici consigli” la classe continua nella sua ricerca di una prova per la congettura originaria. Lamda si lamenta

che se prima “mostri” erano solo gli oggetti a cui si rivolgeva la congettura, ora, “mostruosa” è la strategia per dimostrare la congettura stessa (proof-analysis senza prova). Dagli oggetti mostruosi, alle strategie mostruose! Lakatos si sofferma a puntualizzare che le *vere prove* contengono tutti questi fattori: controesempi e falsificazioni a livello degli oggetti coinvolti nella prova, mentre a livello euristico un’analisi della prova senza che nulla venga formalizzato appare come “mostruosa”.

A questo livello si impone un’interessante considerazione: nella strategia della prova, più si aumenta la certezza, tanto maggiormente si perde in contenuto. E’ necessaria una specie di “contrappeso” che “argini” perdita di contenuto che appare inevitabile sotto la pressione del rigore formale. Si introduce una nuova regola euristica che permette di modificare il controesempio, *modificandolo leggermente*, sempre nel contesto della congettura originaria; oppure, provare a “spremere il controesempio” di tutto il suo contenuto per *trasformare la congettura primitiva in qualcosa di totalmente diverso*:

“Rule4. If you have a counterexample which is local, but not global, try to improve your proof-analysis by replacing the refuted lemma by an unfalsified one.”²⁵

Il Prof. Feyerabend potrebbe commentare: *“anything changes, anything goes!”*.

²⁵ *Ibidem*, p. 58

Lentamente “mostruosi poliedri” e dodecaedri dalle forme “stellari” vengono inseriti nella congettura, la strategia dell’incorporazione dei lemmi fa sì che si possa ampliare il dominio della congettura da quello della prima formulazione (ingenua) a quello che apparterrà al teorema definitivo. A questa dinamica della conoscenza appartiene anche la possibilità che ad una prova (come Lakatos dialetticamente la intende) facciano riferimento più teoremi (nella loro formulazione formale); si tratta di un fatto che richiede una spiegazione, per cui si ritorna al problema della formazione dei concetti e del contenuto.

Si riprende in mano l’intera classificazione dei poliedri con conteggio dei vertici, degli spigoli e angoli. Beta pone all’attenzione il fatto che la loro prima congettura venne formulata partendo da delle osservazioni prettamente induttive e, solo dopo, si è iniziato ad elaborare delle deduzioni. Alcuni “storcono il naso”: hanno fatto uso di congetture e deduzioni, non di induzioni! L’insegnante commenta che esiste sia un aspetto deduttivo, *deductive guessing*, sia un modo di porre congetture ingenuo; ma non esiste la possibilità che una congettura sia induttiva! Le “congetture ingenue” sono state formulate a partire dall’atteggiamento di “prova ed errore”, non dall’induzione.

“Mathematical heuristic is very like scientific heuristic – not because both are inductive – but because both are characterized by conjectures, proofs and refutations. The – important –

difference lies in the nature of the respective conjectures, proof (or, in science, explanations) and counterexamples.”²⁶

Poco dopo due ragazzi discutono sul “percorso euristico” fino ad ora compiuto:

“SIGMA: But wait. *If you test thought-experiment...*

BETA: I shall call it *analysis*.....

SIGMA: ...can be followed up at all by a *proof thought-experiment*...

BETA: I shall call it *synthesis*...

SIGMA:will the ‘analytic theorem’ be necessarily identical with the ‘synthetic theorem’? In going in the opposite direction we might use different lemmas!

BETA: If they are different, then the synthetic theorem should supersede the analytic one – after all analysis only tests while synthesis proves”²⁷

Dopo questa “chiarificazione dialettica” non poteva mancare una nuova regola che rendesse ragione di questo *fluire di contenuto* dal piano degli esperimenti mentali e controesempi, a quello finale della sintesi.

“Rule5. *If you have counterexamples of any type, try to find, by deductive guessing, a deeper theorem to which they are counterexamples non longer.*”²⁸

²⁶ *Ibidem*, p.74

²⁷ *Ibidem*, p. 75

²⁸ *Ibidem*, p.76

Il Prof. Feyerabend non potrebbe esimersi dal constatare che: *“anything goes and anything runs!”*.

La classe si prepara a vagliare tutte le varie possibili soluzioni che sono emerse durante la discussione del problema:

- $V-S+F=1$ per tutti i normali sistemi “aperti” di poligoni (si fa riferimento alla strategia di “sendere” il polidro su una superficie bidimensionale e successivamente eliminare una delle faccie)
- $V-S+F=2$ per tutti i normali poliedri; la congettura primitiva
- $V-S+F=2-2(n-1)$ per tutti i normali poliedri n-sferoidi (ottenuta lavorando dalla congettura primitiva)

- $V-S+F=2-2(n-1)+\sum_{K=1}^F e_k$ per i normali poliedri n-sferoidi con

Connesse delle facce con concavità.

- $V-S+F=\sum_{j=1}^K \left\{ 2-2(n_j-1)+\sum_{k=1}^F e_{kj} \right\}$ per i normali poliedri n-s

n-sferoidi con concavità e facce “multi-connesse”.

In quest’ultima fase si impone il fatto che spesso le esposizioni formali delle teorie matematiche, di fatto, propongono una prova

che ha “perso di contenuto” rispetto allo sviluppo informale. Alfa puntualizza che, in genere, le deduzioni incrementano il contenuto (in quanto hanno, o dovrebbero avere, un referente nel metodo di *improving*); mentre le semplici verifiche hanno una funzione puramente analitica e, nell’economia del metodo per prove e confutazioni sono decisamente sterili.

Il fatto che le deduzioni, incorporando lemmi che fanno riferimento a controesempi sviluppati sul piano informale, incrementino la conoscenza viene visto dagli studenti come un elemento che garantisce la crescita della conoscenza. Theta, però, solleva un’altra questione: l’esistenza di controesempi (locali e non globali) che indicano solo la *falsità del teorema* (originario); questi mettono in luce la povertà del teorema, non il suo campo di validità.

Si arriva così a riconoscere controesempi che hanno solo un valore logico (la falsità), da controesempi muniti di valore anche sul piano euristico, che aprono nuove possibilità allo sviluppo della congettura.

La genesi dei teoremi si rivela sempre più un processo complesso, tra congetture primitive, monster-barring, exception-barring e un continuo di prove e confutazioni, molto più simile ad un *Bildungsroman*²⁹ che ad una cristallina dimostrazione! Se la tecnica del “monster-barring” restringe l’ambito dei concetti, quasi per contrappunto il procedimento di “improving” li espande.

²⁹ Il paragone fra *Proofs and Refutations* e i Bildungsromane della letteratura tedesca è stato fatto da John Kadvany, Kadvany, J., (2001), *Imre Lakatos and the Guises of Reason*, Duke University Press, Durham and London

Il questo contesto dinamico, una congettura può apparire vera in una determinata interpretazione, mentre in un altro contesto interpretativo potrebbe apparire falsa. La prima congettura non conteneva errori (dal punto di vista formale), la falsità è emersa cambiando il contesto, la conoscenza di sfondo, in modo che apparissero aspetti mai osservati prima. Il portare alla luce tutti (o quasi) gli aspetti “nascosti” che appartengono alla conoscenza di sfondo permette di fare un’operazione molto interessante: tendere i concetti (*concept-stretching*) in modo che rendano conto del più ampio numero di fatti, altrimenti operare uno slittamento concettuale (*concept-shifting*) per passare ad un nuovo contesto.

Lakatos interpreta in modo dinamico, e dialettico, non solo l’obiettivo principale, il teorema o la congettura, ma anche il contesto in cui questi sono immersi (conoscenza di sfondo) è coinvolto nel cambiamento e nella crescita della conoscenza. Concept-stretching e concept-shifting sono l’analogo di quello che all’interno della congettura avviene sul piano dell’analisi, dei controesempi e del mettere alla prova le idee. Anzi, ancora più chiaramente, Lakatos ribadisce che è la dinamica del *monster-barring* a stimolare ampliamenti, o cambiamenti del contesto.

“He defined a very same and poor concept in increasingly rich theoretical frames of reference, or languages: monster-barring does not form concepts but only translates definitions.”³⁰

³⁰ *Ibidem*, p.86

Come ci sono controesempi che non arricchiscono la conoscenza, avendo un valore solo di falsità logica, allo stesso modo ci sono anche:

“refutation which only reveal a silly mistake and refutations which are major events in the growth of knowledge”³¹

La crescita, vera, della conoscenza avviene al livello delle refutazioni, quando i lemmi (che hanno un referente nel “monster-barring” a livello informale) vengono inseriti nella congettura. Alla fine i congetti generati dal processo di prove, dimostrazioni e confutazioni si allontanano sempre più da quelli proposti inizialmente sul piano congetturale. I primi problemi di “monster-barring” si trasformano in problemi di “monster-proving”, e dal lavoro esclusivo sulla congettura, ci si sposta sul piano del contesto e della conoscenza di sfondo.

“Progress indeed replaces naive classification by theoretical classification, that is, by theory generated (proof-generated, or if you like, explanation-generated) classification. Conjecture and concepts both have to pass through the purgatory of proofs and refutations. Naïve conjectures and naïve concepts are supersteded by improved conjcetures (theorems) and concepts (proof-generated

³¹ *Ibidem*, p.86

or theoretical concepts) growing out of the method of proofs and refutations.”³²

Questo processo, iniziato con una congettura proposta attraverso prove ed errori, porterà, alla fine, alla formazione della dimostrazione “cristallina” del teorema, dove tutto questo percorso generico sarà completamente occultato.

Lakatos sottolinea che anche al livello delle confutazioni, si potrebbe dire pre-formale (da non confondersi con il “congetturale naïv” che è antecedente, e quello totalmente formale che si raggiunge alla fine del processo), tutto ciò che si impone come veramente interessante è euristico (così come prima c'erano falsificazioni puramente logiche e altre, più importanti, euristiche), e porta con sé un inevitabile slittamento di significato dal vecchio contesto a quello nuovo che sta emergendo. Il linguaggio a livello pre-formale, ed è qui, nell'ambito del *theoretical concept-stretching* dove avviene la vera crescita della conoscenza.

Lakatos ha ben focalizzato la dinamica della crescita della conoscenza, ma nelle menti dei ragazzi si insinua un'altra domanda: c'è un possibile termine a questa crescita? Ci si ferma, o la conoscenza cresce indefinitamente?

Ad un certo punto, la teoria, raggiunge un punto di saturazione? O, è sempre possibile tendere i concetti all'infinito, in modo che la teoria abbia una “vita eterna”? Continuiamo con alcune considerazioni:

³² *Ibidem*, p. 91

“ *Naive* concept-stretching may go on – but theoretical concept stretching has limits!....So there are two sorts of refutations. We *stumble* on the first sort by coincidence or good fortune, or by an arbitrary expansion of some concept. They are like miracles and their ‘anomalous’ behaviour is unexplained; we accept *bona fide* counterexamples only because we are used to accepting concept-stretching criticism. I shall call these *naïve* counterexamples or *freaks*. Then there are the *theoretical counterexamples*: these are either originally produced by proof-stretching or alternatively, they are freaks which are reached by stretched proofs, explained by them, and thereby raised to the status of theoretical counterexamples.”

Sorge un’ennesima questione, se, le “vere confutazioni” possano “andare d’accordo” con il continuo slittamento di significato imposto da una continua crescita della conoscenza. Quanto si può adattare la confutazione al quadro concettuale della continuità della crescita della conoscenza?

“They are the *real refutations*: they cannot be fitted into a pattern of continuous generalizations , and may actually force us to revolutionise our theoretical framework....One may get to a *relative saturation point of a particular* chain of deductive guessing - but then one finds a revolutionary, new, deeper-proof idea that has more explanatory power . At the end one still goes to a *final* proof – without limit, without saturation point, without freaks to refute it!”³³

³³ *Ibidem*, pp. 96, 97

Lakatos, attraverso una battuta di Pi, si affretta ad osservare che prima o poi *ogni programma andrà incontro ad un punto di saturazione*, anche se dai problemi sollevati e dalle argomentazioni portate si delineano due situazioni.

La prima in cui ci si trova a lavorare con “silly refutations” i cui controesempi sono ingenui e, per un lungo tempo ci si potrebbe limitare a continui slittamenti di significato senza una reale crescita della conoscenza.

L'altra possibilità, invece, facendo perno su “ *theoretical counterexamples e heuristical refutations*”, ad un certo punto la crescita della conoscenza prodotta in questo modo si arresta, e, da parte dei fautori, richiede la scelta di abbandonare il processo di “concept-stretching” in quel contesto, per dedicarsi alla ricerca in altri temi.

Il Prof. Feyerabend che per lungo tempo ha pazientemente ascoltato ciò che il suo amico Imre Lakatos mentre esponeva alla classe ora, con piglio deciso interviene: “Caro Imre, cosa fai, inizi a fare il ventriloquo tra i convenzionalisti e Kuhn? Ma ti rendi conto di quello che dici? Facciamo un esempio, sono il Ministro della Ricerca Scientifica, a chi devo dare i soldi, a ‘quelli euristici e teoretici’ o agli altri, che ‘tirano avanti’, ma che forse hanno più potere accademico e si vendono bene? Dimmi, spiegami, illustrami...: cosa faccio?”

Il Prof. Lakatos ritorna ad ascoltare i suoi studenti, Alpha pone una domanda non banale: “ma chi decide *dove* fermarsi?”

Chi si prende la responsabilità della ricerca fatta, e dei suoi risultati, non solo per il passato, ma anche per il futuro?

Theta, intervenendo nella discussione, mette in luce delle osservazioni non prive di interesse:

“Right....*But can we stop?* Concept –stretching may refute! We may ignore the stretching of a concept if it yields a counterexample that shows up the poverty of the content of our thorem.We may refuse to apply content incleasing *Rule4* or *Rule5* to explain a freak, but we have to apply our content-preseving *Rule2* to ward off reutation by a freak.”³⁴

Vedendo le cose da quest’ottica, non è difficile notare che la scelta se fermarsi o meno nella ricerca, come usare le regole, se in un modo euristico o giustificazionista, dipende *solo* da chi porta avanti il programma di ricerca e dalla “coscienza” degli scienziati. O meglio, visto l’influsso hegeliano, dall’autocoscienza, se non dalla ragione, che valuta non solo l’aspetto scintifico della ricerca, ma anche quello “meta-scientifico”, riflettendo sulle regole e sugli scopi del proprio lavoro.

Quindi, comunque, anche dietro la metodologia che cerca di avvicinarsi il più possibile alla “reale” euristica della matematica, c’è sempre l’aspetto fondamentale delle scelte che il matematico/scienziato compie; c’è sempre la possibilità, e concreta, che il metodo delle prove e confutazioni, con l’essenziale

³⁴ *Ibidem*, p. 98

tensione razionale dei concetti, si tramuti in una *tensione irrazionale* e dagli sterili risultati.

La tensione inizialmente introdotta nella congettura attraverso i controesempi e il “monster-barring” ora si agita a livello superiore, in un conflitto fra un ideale “cristallino” e assiomatico della conoscenza, e quello proposto da Lakatos (Hegel) dinamico, conflittuale, che si sviluppa attraverso la critica e controcritica, dove ogni tensione arricchisce il contenuto delle congetture formulate.

Ma una presentazione logica delle verità matematiche deve essere data. La tensione della conoscenza deve essere risolta, la strategia del “concept-stretching” deve muoversi in nuovi ambiti. Anche se alla fine, di questa intensa dinamica, nulla apparirà:

“...is right about the need of demarcating from rational from irrational concept-stretching. For concept-stretching has come a long way, has changed from a mild, rational activity to a radical, irrational one. Originally, criticism concentrates exclusively on the *slight* stretching of *one particoular* concept. It has to be *slight* , so that we do not notice it; if its real – stretching- nature were discovered, it might not be accepted as legitimate criticism.Second, to turn concept-stretching from a surreptitious and rather modest activity into an *open deformation* of the concept, like the deformation of ‘all’ into ‘no’....I would say that *if a preposition cannot be refuted with respect to the constituents a, b..the it is logically true with resect to these constituents*. Such a preposition is the end result of a long critical-speculative process in the course of which the meaning-load of some terms is

completely transferred to the remaining terms and to the form of the theorem”³⁵

Ed ecco spiegato come da una dinamica informale, o semi-formale, si passa alla presentazione formale del teorema: attraverso il processo di concept-stretching che “garantisce” il trasferimento di significato da una fase all’altra! Il teorema finale (cristallino) oltre che logicamente vero, necessita anche di essere “ricco di significato”, risultato del lungo processo di crescita attraverso la critica che ha alle spalle.

Anche a questo livello finale la strategia della tensione dei concetti deve essere utilizzata nel modo corretto: un’eccessiva tensione distrugge i concetti, invece che arricchirli. La corretta tensione dei concetti appartiene, per Lakatos, ai principi della razionalità; mentre il caso opposto produce una distruzione della razionalità.

Omega commenta così:

“I do not like this shift from Truth to rationality. Whose rationality? I sense conventionalist infiltration.”³⁶

Anche al Prof. Feyerabend non piace questa conclusione, e firmerebbe lui stesso la battuta di Omega, aggiungendo, che non si tratta di infiltrazioni convenzionalista, ma hegeliane (o marxiste).

Proofs and Refutations non finisce qui. In una seconda parte ritroviamo i nostri studenti sempre alla presa con la Congettura di

³⁵ *Ibidem*, p.103

³⁶ *Ibidem*, p. 104

Eulero, cercando di darne una prova nei termini dell'analisi vettoriale. Ma il grosso del lavoro critico è già stato fatto.

Nelle appendici Lakatos propone un altro caso: la difesa di Cauchy del Principi di Continuità. La storia viene ricostruita attraverso l'analisi non-standard di Robinson; quello che interessa a Lakatos non è tanto la verità o falsità della pretesa di Cauchy. A lui importa mostrare come, anche in questo caso il metodo di *Proofs and Refutations* abbia un grande potere nel spiegare l'euristica dell'argomentazione di Cauchy. La dinamica è nota: congettura, esperimenti mentali e proposta di controesempi (globali e locali), rivisitazione critica delle prove fino ad ora prodotte e sistemazione dei lemmi che hanno un valore nel contesto della congettura.

Ad un ulteriore livello il lavoro continua, l'analisi delle prove di altri teoremi (le prove di Siedel e Abel) per scovare nuovi lemmi e concetti euristicamente validi che

occorrono, analisi della prima congettura alla luce dei nuovi risultati e trasformazione dei controesempi in nuovi esempi che aprono nuovi campi di indagine. Alla fine della ricostruzione storica Lakatos si sofferma su alcune considerazioni filosofiche.

In primo luogo si constata che la prova prodotta, si prova il teorema, ma lascia totalmente aperta la questione del dominio di validità del teorema.

Successivamente viene puntualizzato che Cauchy (né altri matematici a lui contemporanei) conoscevano il metodo di *Proofs and Refutation*; quindi, dopo aver trattato i controesempi, la cosa si fermava all'analisi della prova, senza quel passo in avanti (e

crescita della conoscenza) determinato dal “concept-stretching”. La metodologia utilizzata era esclusivamente euclidea (alla ricerca dei teoremi nella formulazione definitiva).

Lakatos rintraccia la nascita del metodo critico in matematica attorno al 1840, in concomitanza con lo svilupparsi delle geometrie non-Euclidee, che distruggono il modello infallibilista della ragione. Sempre in questo contesto viene portata alla luce un'altra considerazione “figlia” del metodo di *Proofs and Refutations*: nel momento che si smette di considerare la matematica come un ambito di verità immutabili e cristalline, solo a questo punto si apre la possibilità della critica nei confronti degli sviluppi della matematica. Lakatos, non a caso, fa il paragone con la critica letteraria, che può svilupparsi solo nel contesto della fallibilità.

Nella seconda appendice (*The deductivist versus the heuristic approach*) riassume sostanzialmente quanto delineato nelle pagine precedenti, ma con un'importante chiarificazione:

“ Mathematical activity is a human activity.....But mathematical activity produces mathematics. Mathematics, this product of human activity, ‘alienates itself’ from the human activity which has been producing it. It becomes a living, growing organism, that *acquires a certain autonomy* from the activity which has produced it; it develops its own autonomous law of growth, its own dialectic. The genuine creative mathematician is just a personification, an incarnation of these laws which can only realize themselves in human action.....But any mathematician, if he has talent, spark, genius, communicates with, feels the sweep of, and obeys this

dialectical idea. Now heuristic is concerned with the autonomous dialectic of mathematics and not with history, through it can study its subject and only through the study of history and through the rational reconstruction of history.”³⁷

Il Prof. Feyerabend, amico del Prof. Lakatos, ha cercato di trattenere i suoi commenti (o che forse potrebbero essere suoi), ma, ora, irrompe nel discorso : “Imre, ma questa storia della critica matematica, che dovrebbe essere simile a quella letteraria, dove l’hai presa, a lezione da Lukàcs? Come ti è balzata in mente questa idea, tutti sanno leggere un romanzo, pochi però sanno leggere un testo di matematica, a volte neanche i matematici hanno la competenza di leggere se la “roba” è avanzata e non del loro ramo? Come organizziamo questa critica, critica di topologia-algebrica, critica di geometria-algebrica e critica delle equazioni differenziali? Ma queste non sono “etichette” della matematica euclidea, che tu mi sembri aborrire? Forse il paragone non regge! Ma come poi, il tuo metodo euristico-dialettico, come può partire da una certa data, e prima nulla? Il valore della dialettica, non sta, anche, nella spiegazione della storia (di tutta la storia), o solo di una “certa storia che decidi tu”? E tu come decidi? Caro Imre, devo dire che questa tua dialettica-euristica di *Proofs and Refutations* che prima non c’è, poi arriva e spiega la matematica, questa storia mi confonde e inquieta un po’!! Certo mi

³⁷ *Ibidem*, p. 146

risponderai, 'è l'autocoscienza!', bah....mi sembra tutto così...ingrovigliato!''.

Proofs and Refutation, spesso letto in chiave fallibilista e congetturale, se analizzato alla luce della proposta dialettica (come sottolinea Kadvaný³⁸) rivela nuovi aspetti e sfumature che fanno passare la ricerca della falsificazione (controesempio) come uno strumento di una più ampia dinamica della conoscenza, la dialettica, appunto.

Le riflessioni di Lakatos non si sono fermate qui, la produzione filosofica di Lakatos consiste principalmente in articoli ma vi era in progetto un'opera maggiore *The Changing Logic of Scientific Discovery* che, nelle intenzioni dell'autore, avrebbe dovuto essere la definitiva risposta agli attacchi di Feyerabend, oltre che la massima esposizione del suo pensiero.

The Changing Logic of Scientific Discovery non vide mai la luce: l'autore morì improvvisamente prima che il lavoro fosse scritto.

Rimane però il "protosviluppo" delle idee di Lakatos nell'intervento che fece durante il congresso da lui organizzato al Bedford College nell'estate del 1965.³⁹ Tema del congresso: la critica e crescita della conoscenza. L'intervento di Lakatos porta un titolo che "sembra" riappacificarlo con la filosofia di Karl Popper, *La falsificazione e la metodologia dei programmi di ricerca scientifici*, ma, sarà vero? O, il fare uso della falsificazione,

³⁸ Kadvaný, J., (2001), *Imre Lakatos and the Guises of Reason*, Duke University Press, Durham and London

³⁹ La pubblicazione degli atti del convegno occupò Lakatos negli anni successivi, Lakatos I., Musgrave A., (1970-1974), *Criticism and the Growth of Knowledge*, Cambridge University Press, Cambridge; trad. it. (1976), *Critica e crescita della conoscenza*, Feltrinelli, Milano

è solo una specie di paravento dove nascondere altri concetti che, visti i trascorsi politici dell'autore e la continua richiesta della cittadinanza britannica (sempre negata dal Governo inglese), necessitano di essere accuratamente “disinfettati”. Estremizzando molto l'interpretazione, il falsificazionismo di *Sir* Karl Popper svolgerebbe il ruolo di un “perfetto disinfettante”.

D'altronde è stato lo stesso Lakatos ad insegnarci a dubitare della “cattiva coscienza” degli scienziati (es: Newton che predicava un metodo ‘super-induttivo’ e cristallino per le scienze della natura, poi tra assunzioni metafisiche ed entità postulate, e non spiegate – tipo la gravitazione- riempiva tomi su tomi), perché dovremmo credere alla *sua* coscienza ed alla *sua* esposizione? Amici ungheresi di Lakatos potrebbero darci delle “delucidazioni storiche” sullo spirito machiavellico del nostro filosofo. Esempio è la storia di una giovane comunista ed ebrea, Éva Izák, che all'epoca (1944) aveva non pochi problemi sia con il partito che con i nazisti. Éva rappresentava una minaccia per tutti, qui entra in scena Lakatos che con *maestria machiavellica* (da far impallidire al più ardito film noir di Hollywood) risolve la situazione: la ragazza, se fosse caduta nelle mani dei nazisti, sotto tortura, avrebbe potuto tradire tutto il gruppo comunista, così Lakatos convince la giovane compagna che, visti i “doveri” (o forse i sensi di colpa?) nei confronti del partito, la cosa migliore è che si uccida suicidandosi.

Bisogna però organizzare la cosa in modo che nessuno abbia dei sospetti sulla vicenda, così, sempre Lakatos, decide di

“ambientare” il tutto in un’altra città, Debrecen. Un “collaboratore”, nel frattempo, si procura del velenola scena viene “consumata” nel boschetto di un parco cittadino. Ai primi di agosto il corpo di Éva (?) verrà ritrovato e la relativa notizia viene riportata dal giornale locale....Tempo dopo, però, la sorella di Éva ricevette una lettera che la informava che Éva stava bene e di avere pazienza.....⁴⁰

Domanda: *perché dobbiamo credere a Imre Lakatos?* Forse perché “ce lo dice lui”? Il dubbio è fortemente presente.

Ma ritorniamo alla filosofia e a *La falsificazione e metodologia dei programmi di ricerca scientifici* (MSRP).

Come già accennato il punto di partenza è la filosofia di Popper; Lakatos propone varie “interpretazioni”, o meglio “slittamenti”, del pensiero popperiano (quasi fossero Popper 0, Popper 1, Popper 2,...) dove ogni versione è migliore della precedente aumentando di potere esplicativo ed euristico.

La prima proposta è quella del *falsificazionismo dogmatico* (Popper 0), in questa “versione base” si ammette la falsificazione di tutte le teorie scientifiche ma, la base empirica viene ritenuta infallibile. Sembra più che ci si muova nell’ambito del giustificazionismo che in quello del fallibilismo; si ammette che sia sufficiente una sola falsificazione per abbandonare una teoria scientifica. Nessuna teoria, in quanto congetturale, può dimostrare alcunchè, l’unico ruolo della scienza è quello della refutazione.

⁴⁰ Il fatto è dettagliatamente raccontato da Jancis Long , (2002), Imre Lakatos’s life in Hungary, in *Appraising Lakatos*, ed.Kampis,G.; Kvaz, L.; Stoelzner, M.; Kluwer Academic Press, Dordrecht, pp. 266, 267

Tutto ciò che è infalsificabile non rientra nel “gioco” della scienza, piuttosto appartiene alla metafisica. Lakatos non accetta questa versione “dura” del falsificazionismo; i criteri che vengono proposti per demarcare l’ambito della scienza da quello della metafisica è insostenibile e, a suo modo, dogmatico. Nel contesto del falsificazionismo dogmatico vengono rintracciate due assunzioni: l’esistenza di una sorta di “confine naturale” (quasi psicologico) che divide le proposizioni scientifiche da tutte le altre, per esempio quelle teoriche ed osservative. Una seconda assunzione viene rintracciata nel presupposto che una proposizione osservativa e/o fattuale viene immediatamente valutata come vera, quindi dimostrata dai fatti. Ne risulta che spiegare il criterio di demarcazione del falsificazionismo dogmatico equivale a dire: *una teoria è “scientifica” se ha una base empirica*. Lakatos critica anche il presupposto di una “demarcazione naturale” (psicologica) fra asserti empirici e teorici ma, anche se questo presupposto fosse vero, non si potrebbe spiegare che molte osservazioni scientifiche hanno “senso” e valore solo all’interno di un quadro teorico ben preciso. Un esempio? Galileo che osserva la luna; prima era ritenuta un corpo celeste dalla superficie liscissima costituito di etere, Galileo ha potuto vedere, e disegnare, avvallamenti e ombre, cosa fina allora mai pensata! Proprio mai pensata, perché l’attitudine di Galileo per vedere quello che ha visto è stata possibile grazie alla precedente estensione teorica delle leggi della fisica, e della materia, dal mondo terrestre a quello celeste.

L'attitudine teorica, è proprio il caso di dirlo, crea l'osservazione e, forse, l'una non esisterebbe senza l'altra.

Viene aspramente criticata anche l'idea che esista una sorta di *falsificazione cruciale* (analogo, al negativo, degli esperimenti cruciali), che appare veramente elementare e, se fosse vera, il potere delle falsificazioni sarebbe veramente misero. Le falsificazioni falsificherebbero solo una piccola parte di scienza, non delle teorie strutturate, in quanto le "grandi teorie" non avrebbero fatto tempo a formarsi (un'immagine di rivoluzione permanente su delle 'teorie mignon'). Lakatos fa riferimento a due argomenti che criticano la posizione di Popper, le due critiche "furono proposte" distintamente da Pierre Duhem e Willard Van Orman Quine, meglio nota come *tesi Duhem-Quine*.

La critica può essere così riassunta: le teorie scientifiche non sono dei singoli asserti, ma un'insieme di asserti con delle ipotesi ausiliarie e un gruppo di assunzioni qualificabili come "conoscenza di sfondo". Quando si critica una teoria, la critica (o la falsificazione) può gravare solo su un asserto della teoria, lasciando il resto intatto. Questa situazione permetterebbe di formulare delle *ipotesi ad hoc* che permetterebbero di risolvere la falsificazione lasciando che la teoria sopravviva e continui a svilupparsi. Il falsificazionismo dogmatico potrebbe cercare di "salvare la situazione" dalla critica facendo perno sulle teorie probabilistiche: pessima idea per Lakatos. Pessima perché queste teorie non hanno una base empirica e, quindi, riaprono la questione della metafisica nella scienza. Questa frettolosa soluzione per gli

asserti metafisici lascia incompleta la proposta del falsificazionismo dogmatico:

“Se accettiamo il criterio di demarcazione del falsificazionismo dogmatico insieme all’idea che i fatti possono dimostrare le proposizioni ‘fattuali’, dobbiamo dichiarare che le più importanti teorie che sono mai state proposte nella storia della scienza, se non tutte, sono metafisiche, che la maggior parte del progresso accettato, se non tutto, è pseudoprogresso, che la maggior parte del lavoro fatto, è irrazionale. Se tuttavia, accettando il criterio di demarcazione del falsificazionismo dogmatico ...finiamo per cadere nel più completo scetticismo: allora tutta la scienza è indubbiamente metafisica, irrazionale e dovrebbe essere respinta.

Le teorie scientifiche sono non solo ugualmente indimostrabili e ugualmente improbabili, ma anche ugualmente irrefutabili.”⁴¹

Il falsificazionismo dogmatico viene abbandonato, dato che si è dimostrato inadatto a rispondere alle questioni che la scienza pone. La ricerca di un’adeguata filosofia della scienza non viene abbandonata ma tenendo conto delle critiche emerse, si può sviluppare un’altra forma di falsificazionismo: *il falsificazionismo metodologico* (Popper 1).

Il falsificazionismo metodologico ha una visione più ampia della crescita della scienza, si ammette che il quadro concettuale di una teoria possa mutare, e si possano proporre, modificando il quadro

⁴¹ Lakatos, I; (1978) *The Methodology of Scientific Research Programms. Philosophical Papers Volume I*, Cambridge University Press, Cambridge; trad.it., (1985), *La metodologia dei programmi di ricerca scientifici*, Vol 1, Il Saggiatore, Milano, p.25

concettuale, teorie migliori delle altre. Ovviamente tali teorie possono anche essere criticate e demolite. E' evidente che questa "aggiunta" alla teoria della conoscenza serve a "elaborare" le critiche emerse attraverso la tesi Duhem-Quine, ma introduce "una dose" di convenzionalismo nelle teorie scientifiche.

A questo punto emerge che è questione di scelta, che cosa in una teoria rendere falsificabile, e cosa escludere dalla falsificazione; da lontano potrebbe riemergere una domanda del Prof. Feyerabend, ma chi *decide* le "regole del gioco"?

Un iniziale prospettiva del falsificazionismo metodologico (ingenuo) potrebbe essere così riassunta: la conoscenza di sfondo viene assunta in modo aproblematico, questo garantisce che le teorie scientifiche su essa fondate agiscano quasi fossero "estensioni dei nostri sensi". Così come a livello di un "induttivismo ingenuo" i sensi permettono la conoscenza, allo stesso modo, nel falsificazionismo metodologico le teorie permettono di conoscere nuovi fatti; non è estranea la critica rivolta al falsificazionismo ingenuo che ogni osservazione è "ricca di teoria". In questo contesto anche il valore dell'esperimento ha un risvolto convenzionale, la sua importanza risiede nell'importanza teorica dell'asserzione falsificata, se appartiene alla conoscenza di sfondo o al "cuore" della teoria. Il problema della demarcazione, per il falsificazionismo metodologico, è completamente risolto dalla constatazione che ogni teoria ha una base empirica. Questo criterio di demarcazione, molto più liberale di quello del falsificazionismo dogmatico, appare sempre legato

alle “regole del gioco” scelte; anche se, indubbiamente, il falsificazionismo metodologico apre maggiori vie alla critica della scienza. Anche qui in primo piano è il problema di dove tracciare la demarcazione fra ciò che è problematico e quello che non lo è.

Qui tutto è in mano alle decisioni: la base empirica, la teoria, il dominio della teoria e i problemi.

Alcune osservazioni di Lakatos:

“In realtà non è difficile osservare almeno due caratteristiche cruciali che sono comuni sia al falsificazionismo dogmatico e al nostro falsificazionismo metodologico e sono palesemente in dissonanza con l’effettiva storia della scienza: (1) *un controllo è – o deve essere reso – una battaglia a due fra la teoria ed esperimento in un modo tale che al confronto finale solo questi due si fronteggino.* (2) *il solo risultato interessante in tale confronto è la falsificazione (conclusiva): ‘Le sole autentiche scoperte sono confutazioni di ipotesi scientifiche’.* Al contrario la storia della scienza suggerisce che: (1’) i controlli tra tre teorie rivali e l’esperimento e (2’) alcuni dei più interessanti esperimenti s rivelano, *in prima facie*, una conferma piuttosto che una falsificazione.....Il metodo scientifico (o logica della scoperta) inteso come disciplina della valutazione razionale delle teorie scientifiche – e dei criteri di *progresso* – finisce per scomparire. Possiamo, naturalmente, cercare ugualmente di spiegare i *cambiamenti dei paradigmi* nei termini della psicologia sociale.....L’altra alternativa consiste nel cercare almeno di *ridurre* l’elemento convenzionale presente nel falsificazionismo (non possiamo assolutamente eliminarlo) e sostituire versioni *ingenue* del falsificazionismo metodologico – caratterizzate dalle tesi (1) e

(2) di cui sopra – con una versione *s sofisticata* che fornisca una nuova *spiegazione razionale* della falsificazione e perciò in grado di salvare la metodologia e l'idea del *progresso* scientifico. Questa è la via scelta da Popper ed è anche quella che io intendo seguire.”⁴²

E' interessante fare alcune osservazioni: è palese (Lakatos stesso lo dice) che l'*ideale regolativo* della filosofia di Lakatos è l'esistenza di un *progresso*, nella scienza, nella storia...E questo è un punto fermo della strategia esplicativa delle varie “versioni” delle metodologie. L'una progredisce rispetto a quella che l'ha preceduta. Lo slittamento da una metodolgia all'altra avviene sotto sollecitazione e sull'ombra della tensionen creata dalla *critica*, mette a nudo le aporie o i punti irrisolti della metodologia precedente.

Avendo messo in luce le manchevolezze del falsificazionismo metodologico ingenuo, ora, nella fede del progresso, si passa ad una forma di *falsificazionismo metodologico sofisticato* (Popper 2).

Rispetto alla versione precedente, questa nuova forma di falsificazionismo, è accettabile se permette la spiegazione di un numero maggiore di fatti rispetto alla metodologia antecedente; maggior numero di fatti, maggiore contenuto empirico. Non si tratta solo di fatti già noti, ma permette la predizione di fatti nuovi

⁴² *Ibidem*, pp. 40 -41

(prima che vengano oggettivamente osservati) un ampliamento della teoria. Questo è un indubitabile aspetto progressivo della metodologia, uno slittamento progressivo del programma di ricerca; il programma si dice quindi empiricamente progressivo. Questa predizione di nuovi fatti, l'evolversi della teoria, come si comporta di fronte alla falsificazione? Non esiste una falsificazione in generale, si tratta sempre di una falsificazione che colpisce un aspetto della teoria; nessun esperimento ha un valore cruciale sul piano falsificatorio, e gli scienziati possono sempre, se lo vogliono "aggiustare le cose" con delle soluzioni *ad hoc*. Ed ecco che ritorna l'aspetto convenzionale delle teorie (anche se in toni più sfumati rispetto al falsificazionismo metodologico ingenuo).

Le falsificazioni, quando accolte, portano sempre allo sviluppo di una teoria migliore, con un maggiore potere esplicativo e una base empirica di maggiore ampiezza. Quelli che poi, storicamente, vengono riconosciuti come "esperimenti cruciali", in genere cruciali lo diventano dopo, non al momento che fanno il loro ingresso nella teoria. E comunque, sono cruciali in rapporto ad un quadro concettuale che li spiega, non di per se stessi.

Questa dinamica della conoscenza sottointende una *proliferazione di teorie*, dove prevale l'esigenza di sostituire qualsiasi ipotesi con quella migliore che dovesse proporsi.

Questo slittamento poi, dal falsificazionismo nella versione ingenua, a quella sofisticata ha implicito un altro aspetto: la falsificazione, in quest'ultima metodologia, viene accolta solo quando si è sviluppata una teoria, un quadro concettuale, che possa

renderne spiegazione. La falsificazione di per se stessa, che poi, dopo essere scoperta crea “il vuoto” nella scienza, non esiste. La falsificazione può esistere, essere nota, ma venire “gestita” attraverso delle spiegazioni *ad hoc*, poi, solo allo sviluppo di una nuova teoria alternativa, o progressiva, rispetto a quella in cui la falsificazione è nata, la “falsificazione” diventa veramente una *falsificazione* “a pieno regime”.

Se gli esperimenti avevano senso solo all’interno di una teoria, anche le falsificazioni necessitano di una teoria per esistere.

Lakatos ammette che anche qui, nel falsificazionismo sofisticato, sono presenti delle decisioni metodologiche che “sanno” di convenzionalismo ma, si tratta di un numero molto minore rispetto a quelle “incluse” nel falsificazionismo nella versione ingenua.

Vi è anche un’altra possibilità, che non si verificano progressi, che non si allarghi la base empirica, né, tanto meno, si predicono fatti nuovi. In questo caso il programma di ricerca attraversa una fase *regressiva*, dove anche i problemi proposti perdono di significato e valore euristico.

Il problema che si pone, a questo punto, riguarda il momento in cui scegliere di abbandonare una teoria per un’altra migliore.

“Il problema allora *non* è quando si debba restare attaccati a una teoria contro ‘fatti noti’ e, quando, invece, si debba scegliere l’atteggiamento opposto. Il problema *non* è cosa si debba fare quando le ‘teorie’ sono in conflitto con i ‘fatti’. Un simile ‘conflitto’ è suggerito solo dal ‘*modello deduttivo monoteorico*’. Se una proposizione sia un ‘fatto’ o una ‘teoria’ nel contesto della

situazione di controllo dipende da una nostra decisione metodologica.”⁴³

Questo quando ci si muove nell’ambito di una sola singola teoria scientifica, *modello monoteorico*. Il contesto invece assume un aspetto differente se, contemporaneamente, vengono valutate diverse teorie utilizzando un modello che Lakatos definisce *pluralistico*.

“ Nel modello pluralistico il conflitto non è fra ‘teorie’ e ‘fatti’, ma tra due teorie di alto livello: *fra una teoria interpretativa* che fornisce i fatti e una *teoria esplicativa* che li spiega; e la teoria interpretativa può essere di livello altrettanto alto della teoria esplicativa.”⁴⁴

Ora il modello del *falsificazionismo metodologico sofisticato* propone un ulteriore aspetto per valutare le teorie scientifiche, non solo il rapporto di una teoria con la propria “antecedente”, ma anche quello con le teorie rivali ad essa contemporanee. Le due teorie postulate dalla metodologia sono fondamentalmente diverse, una spiega i fatti; l’altra de da sempre una spiegazione, ma in modo congetturale.

Ma, chiede Lakatos, *come si sceglie quale teoria è esplicativa e quale interpretativa?*

⁴³ *Ibidem*, p 57

⁴⁴ *Ibidem*, p. 57

“ Il problema è allora *slittato* dal vecchio problema di sostituire una teoria confutata dai ‘fatti’ al nuovo problema di come risolvere le incompatibilità fra le teorie strettamente associate.”⁴⁵

Inizialmente il problema era quello di sostituire una teoria confutata dai fatti, ora, dopo elaborata la “tensione concettuale” creata dalle falsificazioni, si deve elaborare una nuova “tensione concettuale” che si sviluppa a livello superiore fra delle teorie in competizione per spiegare la stessa base empirica. In questo slittamento di problemi, e soluzioni, da una metodologia all’altra, slittano anche le “tensioni concettuali” e, anche qui, per la soluzione, non manca l’elemento convenzionale. La decisione degli scienziati, ricercatori, ecc...si rivela un aspetto cruciale per la crescita della conoscenza, anche se non l’unico.

Il Prof. Feyerabend, che durante *Proofs and Refutations* aveva più volte “interrotto” il Prof. Lakatos, avrebbe, anche qui, alcune considerazioni da fare; ma per cortesia verso l’amico decide di attendere e lasciare continuare con l’esposizione di MSRP.

Lakatos, valutando i vari slittamenti progressivi di: Popper 0 □ Popper 1 □ Popper2 non poteva far mancare la *sua* proposta, *MSRP* appunto.

La crescita della conoscenza è caratterizzata dalla continuità dei programmi di ricerca, questi hanno successo e longevità solo se

⁴⁵ *Ibidem*, p. 58

producono teorie esplicative per spiegare i fatti e feconde per prevederne di nuovi. Però, differentemente dal falsificazionismo sofisticato (Popper2), le decisioni cruciali per il programma non sono lasciate all'arbitrio o alla convenzione; esse sono regolate da una precisa euristica che permette di discernere fra strategie efficaci e progressive per lo sviluppo del programma e quelle regressive. Questa euristica viene "divisa" in due settori: quella negativa, che indica le soluzioni da evitare, e quella positiva che, a differenza, mostra la via da seguire. Le regole metodologiche più importanti non hanno il carattere di banali prescrizioni, sono piuttosto dei *principi metafisici* che guidano la ricerca. Da qui la definizione di Watkins di *metafisica influente*.⁴⁶

Il concetto di metafisica influente non è esattamente originario di Lakatos; anni prima Karl Popper aveva parlato dell'influenza positiva della metafisica per la scienza sia in *Der Logik der Forschung*⁴⁷ che nel primo volume del *Poscritto alla logica della scoperta scientifica*⁴⁸. Qui Popper sottolinea:

“Per quanto riguarda la scienza e la metafisica, non credo certamente in una demarcazione. La scienza è stata in ogni tempo fortemente influenzata dalle idee metafisiche; da certe idee e da certi problemi metafisici (...) hanno dominato lo sviluppo della scienza per secoli come idee regolative; mentre altri come

⁴⁶ Watkins, J., (1958), Confirmable and Influential Metaphysics, in *Mind*, n. 67, pp. 344- 365

⁴⁷ Popper, K.R., (1934), *Die Logik der Forschung*, Springer, Wien; trad. It, (1970), *La logica della scoperta scientifica*, Einaudi, Torino.

⁴⁸ Popper, K.R., (1956), *Realism and the Aim of Science from the Postscript of the Logic of Scientific Discovery*, ed. Barthley, W.W., Hutchinson, London; trad. it. (1984), *Poscritto alla logica della scoperta scientifica. Il realismo e lo scopo della scienza.*, Il Saggiatore, Milano.

l'atomismo, un altro tentativo di risolvere il mutamento, si sono gradualmente trasformati in teorie scientifiche.”⁴⁹

Watkins riassume e propone la questione nei seguenti termini:

“Many metaphysical doctrines....were evolved in intimate association with the scientific thinking.Moreover, I believe that whereas scientific thought has most influenced metaphysics during periods of consolidation in science, metaphysical ideas have most influenced scientific speculation during periods of upheaval and excitement in science. [.....] I agree that they....outline a programme for research. They express way of seeing the world which in turn suggest ways of exploring it...”⁵⁰

Considerate queste premesse, ora Lakatos può illustrare dettagliatamente la sua MSRP. I programmi di ricerca sono organizzati attorno ad un *nucleo metafisico, hard core*, che viene stabilito attraverso delle decisioni metodologiche (l'antico convenzionalismo che rientrava nel fallibilismo ingenuo e sofisticato), queste decisioni riguardano quegli aspetti della teoria da considerare irrefutabili e centrali per lo sviluppo del programma (*euristicamente fecondi*). Lakatos fa l'esempio del programma di ricerca di Newton, qui il nucleo metafisico era costituito dalla legge di gravitazione, qualsiasi falsificazione (anomalia) si fosse trovata, questa, non avrebbe mai potuto mettere in discussione il

⁴⁹ *Ibidem*, p. 177-178

⁵⁰ Watkins, J., (1958), Confirmable and Influential Metaphysics, in *Mind*, n. 67, pp. 344- 365

ruolo centrale della gravitazione. Gli asserti del nucleo, non potendo essere confutati, spostano le falsificazioni su un altro gruppo di asserti, *indicano un' euristica negativa*. Gli asserti che sono, invece, modificabili sono quelli della “*cintura protettiva*”, solo su questi si può applicare il *modus tollens*. All'interno di questa zona vengono “gestite le anomalie” e si sviluppa un' *euristica positiva*, che da “consigli operativi agli scienziati, proposte e suggerimenti per lo sviluppo del programma. Questo tipo di euristica serve allo scienziato a non lasciarsi “sopraffarre” dalle anomalie, che, se non valutate correttamente, metterebbero il programma in uno stato di continuo pericolo (rivoluzione permanente). Questo “controllo sulle anomalie” si attua attraverso la costruzione di modelli, sempre più precisi, che riuscendo a simulare la realtà, garantiscono un controllo sulle potenziali falsificazioni.

Anche nel contesto della MSRP, come per il falsificazionismo sofisticato, si può parlare di programmi *progressivi o regressivi*.

Sono progressivi quei programmi che, come nel caso precedente, predicono nuovi fatti, e dopo li “scoprono” sul piano empirico. Quando questa situazione non si verifica, non vengono predetti fatti, e magari, quelli noti non vengono spiegati a sufficienza, allora, il programma è in una fase regressiva. Lakatos non esclude che fra questi due momenti possa esserci una certa intercambiabilità, ciò che inizialmente è progressivo, può entrare in una fase di stasi, e diventare regressivo; per poi magari, successivamente, ritrovare una nuova fase progressiva. Allo stesso modo un programma che è

stato regressivo per lungo tempo, ad un certo punto, può entrare in una fase progressiva e produrre nuovi fatti e nuovi risultati. Chi può dirlo!

Come in *Proofs and Refutations* si considerava che, nello sviluppo della prova/teoria, si arrivasse ad un punto di saturazione, oltre il quale non era possibile più nessuna crescita; così nella MSRP Lakatos nota:

“noi sosteniamo che il programma quando cessa di anticipare fatti nuovi, il suo nucleo potrebbe dover essere abbandonato: cioè, il *nostro* nucleo,..., in certe situazioni può crollare.”⁵¹

Si è detto che la cintura protettiva è caratterizzata, oltre che da un'euristica positiva, anche dalla presenza di *modelli* che forniscono agli scienziati gli standard per gestire le anomalie che si presentano nel corso del programma.

Chiariamo meglio cosa Lakatos intende per *modello*. Per modello si intende una serie di condizioni iniziali, le quali nel corso del programma si possono modificare; la modifica però non viene fatta a casaccio, segue una preziosa euristica (euristica positiva, appunto). La strategia prodotta dall'euristica positiva permette di gestire le anomalie e integrarle nel programma di ricerca; le difficoltà che poi emergono sono, per Lakatos, più di ordine

⁵¹ Lakatos, I; (1978) *The Methodology of Scientific Research Programms. Philosophical Papers Volume I*, Cambridge University Press, Cambridge; trad.it., (1985), *La metodologia dei programmi di ricerca scientifici*, Vol 1, Il Saggiatore, Milano, p.64

matematico (elaborare strumenti adatti alla soluzione dei problemi proposti) che sul piano empirico.

L'euristica positiva che "lavora" sul piano della cintura protettiva è più flessibile di quella negativa (del nucleo), quando i programmi incorrono in fasi regressive è all'interno della cintura e nell'ambito dell'euristica positiva che emergono quegli *slittamenti creativi* che fanno ritornare il programma in una fase progressiva.

Lakatos suggerisce anche che i principi che agiscono nella cintura protettiva abbiano anche loro un carattere metafisico, ma, il loro carattere è più flessibile rispetto a quelli che appartengono al nucleo metafisico del programma. Ci ricorda Lakatos parlando del *potere euristico* della teoria:

“Possiamo valutare i programmi di ricerca anche dopo la loro ‘eliminazione’ per il loro *potere euristico*; quanti fatti nuovi produssero, quanto era grande ‘la loro capacità di spiegare le confutazioni durante il corso della crescita’? (Possiamo valutarli anche per lo stimolo che hanno dato alla matematica. I maggiori problemi per lo scienziato teorico sorgono più dalle *difficoltà matematiche* del programma, che dalle anomalie.”⁵²

Questo aspetto messo in luce da Lakatos permette di spiegare il fatto che, a volte, le anomalie non vengono affrontate e risolte al momento che si presentano, ma vengono lasciate a parte, in una sorta di “stand-by”, per essere risolte quando ci saranno degli strumenti teorici atti a farlo.

⁵² *Ibidem*, p. 67

Si è detto poco dei principi che interagiscono con il programma di ricerca; un esempio potrebbe essere la *coerenza*, questo principio svolge il ruolo di un importante principio regolativo, che impone ai ricercatori di considerare “tutte” le incoerenze dei problemi e risolverle. Viene anche suggerito che lo slittamento, passaggio, ad un programma euristicamente più potente venga giustificato dal ricorso ad una maggiore coerenza rispetto ai fatti e alla loro spiegazione.

L’immagine della scienza che esce dalla metodologia di Lakatos appare così:

“Non si deve mai permettere che un programma di ricerca diventi una *Weltanschauung* o una specie di *rigore scientifico* che si eriga da arbitro fra spiegazione e non spiegazione....[riferendosi a Kuhn] in realtà la sua ‘scienza normale’ non è altro che un programma di ricerca che ha conquistato il monopolio.*La storia della scienza è stata e deve essere una storia dei programmi di ricerca (o , se si preferisce, dei paradigmi) in competizione fra loro, ma non è stata e non deve diventare una successione di periodi di scienza normale: quando più presto inizia la competizione, tanto meglio è per il progresso.*”⁵³

Lakatos ripropone centrale il tema del conflitto e della “tensione concettuale” che si crea fra le varie teorie in competizione; ma, come *si sviluppa questa competizione e l’eliminazione dei programmi di ricerca?*

⁵³ *Ibidem*, p. 88

La domanda tradotta nel contesto della MRSP , suona leggermente diversa: *quale “ragione oggettiva” deve essere presente per abbandonare il nucleo di un programma?* Lakatos mette in luce un'altra difficoltà pratica: quando si parla di euristica positiva, si sottintende la previsione e spiegazione di fatti nuovi, ma spesso questi fatti vengono riconosciuti solo “a posteriori” (es. esperimenti cruciali che vengono ‘consacrati’ decenni dopo il loro avvenimento), lasciando aperto il problema *nella pratica della scienza* nel momento in cui le scelte si impongono.

Ritorna in primo piano la possibilità che un programma di ricerca possa essere “a tratti” regressivo, per poi, successivamente, diventare, o ritornare progressivo. Queste considerazioni focalizzano l'attenzione sulle scelte metodologiche, e sui margini di *tolleranza* scelti dagli scienziati; Lakatos è veramente riuscito a risolvere i problemi con il convenzionalismo che erano apparsi nelle due metodologie falsificazioniste (quella ingenua e sofisticata)? O, le critiche di Feyerabend, hanno un saldo fondamento?

Ma, come Lakatos, spiega la scienza alla luce della sua MSRP?

Uno degli esempi favoriti da Lakatos, se non il preferito, è la “ricostruzione” delle scoperte di Niels Bohr e gli esordi della meccanica quantistica. L'obiettivo di Lakatos è quello di mostrare, come nel lavoro del fisico danese, sia possibile rintracciare un nucleo metafisico del programma, un'euristica positiva ed una negativa, i problemi che tentò di risolvere nel suo sviluppo, ma

soprattutto come, nonostante le anomalie degli inizi, il programma di Bohr ebbe successo.

Il problema da cui Lakatos prende inizio è quello di Rutherford dell'instabilità dell'atomo; Bohr in questo frangente fece la scelta di "lasciare in disparte" il problema per sviluppare il "nucleo" del suo programma (decisione metodologica). Questa "evoluzione" fu possibile in virtù del fatto che Bohr "decise" di "abbassare" gli standard del vecchio programma sul quale si innestavano le sue ricerche, questa "tolleranza" permise di "gestire" la mole di anomalie che in genere, secondo Lakatos, emergono in tutti i nuovi programmi di ricerca agli esordi. Dimostrazione, per Lakatos, che anche di fronte a palesi falsificazioni (nel senso di Popper), gli scienziati, quando vogliono, fanno procedere un progetto di ricerca anche di fronte a prime confutazioni. Le incoerenze, falsificazioni, vengono gestite, non come elementi che portano alla fine del programma, ma come problemi, che nel corso del tempo, necessitano una soluzione. Chiaramente questa "politica scientifica" sollevò critiche dagli scienziati che lavoravano al vecchio programma; per esempio Plank. Non bisogna dimenticare che il nuovo programma, nella prospettiva di Lakatos, agli inizi va ad innestarsi sul vecchio; comprensibili, quindi, gli attriti fra le due "correnti" di scienziati.

Il programma di Bohr portava anche una nuova "euristica positiva"; Lakatos rintraccia questo elemento nella teoria dell'atomo di idrogeno sviluppata da Bohr e, quindi sui vari modelli proposti partendo da quello con nucleo protonico fisso, a

quello sviluppato in analogia con l'immagine del sistema solare, dove si tiene conto non solo delle molecole ma anche dei campi elettromagnetici coinvolti. Nel 1913 questo nuovo modello sembrava in grado di dare molte spiegazioni, in primo luogo una spiegazione esauriente degli spettri atomici, sembrava che le lunghezze delle righe spettrali potessero essere anche predette (non solo spiegate). In un primo momento il "potere predittivo" della nuova teoria venne corroborato, ma il modello di Bohr non dava nessuna spiegazione per una serie "anomala": quella di Pickering-Fowler. Questa serie era nota sin dal 1896, e "sperimentalmente" sembrava falsificare la serie di Balmer (spiegata dal modello di Bohr), ma il numero di convergenze della serie, analogo a quello di Balmer, la faceva rientrare nella "classe" delle serie dell'idrogeno. Bohr non disquisì sui dati tecnici e sperimentali, ma si oppose alle normali interpretazioni delle osservazioni. Questa anomalia lo portò ad una modifica del proprio programma di ricerca: il modello dell'elio ionizzato con un doppio protone orbitato da un elettrone. Questo secondo modello permette a Bohr ha una serie ultravioletta che coincide con la serie di Pickering-Fowler, si apre quindi una prospettiva di spiegazione. Bohr ingegnò un esperimento "cruciale" con un tubo riempito da una miscela di elio e cloro; questo esperimento produsse una serie analoga a quella "anomala" che richiedeva spiegazione. Nella lettura di Lakatos questi eventi mostrano come nei programmi di ricerca, quelle che inizialmente sembrano sconfitte o problemi insormontabili, alla fine si trasformano in elementi cruciali *a favore* del programma di ricerca.

Bohr venne attaccato per questi suoi risultati, per difendersi spiegò che il modello da cui era partito (nucleo metafisico) non doveva essere inteso troppo rigidamente, e nel fornire spiegazioni lo stesso Bohr operò delle piccole modifiche al modello usato. Si ebbe uno slittamento da un modello ad una serie di altri. Lakatos spiega questa evoluzione con il fatto che il nucleo metafisico del programma di ricerca si struttura del tempo e si arricchisce: è l'euristica positiva del programma che lo fa crescere e "andare avanti", una sorta di "slittamento creativo" come dice Lakatos. Questa modifica del modello originario fa sì che il programma possa applicarsi a sempre più casi pratici, allarghi la propria base empirica, rispetto ai pochi "degli esordi".

La ricostruzione delle vicende di Bohr e del suo programma di ricerca mette in luce anche che gli "esperimenti cruciali", così come le "falsificazioni cruciali", sono delle ricostruzioni fatte a posteriori, quando la storia della scienza è già stata fatta.

Lakatos ci ha mostrato come la prospettiva proposta dall' MSRP sia efficace per spiegare lo sviluppo e la crescita della scienza della scienza. Il potenziale euristico della metodologia non si ferma qui; analogamente è possibile valutare le metodologie della scienza alla luce dei principi della MSRP. Se nelle teorie scientifiche la base empirica è costituita dai fatti che vengono spiegati e previste dalla teoria, analogamente la valutazione delle metodologie viene fatta attraverso "la base empirica" che costruiscono attraverso le ricostruzioni storiche. Ogni metodologia, alla luce della propria euristica, ricostruisce la scienza in modo diverso. I fatti storici

possono essere gli stessi, ma cambia il contesto e l'interpretazione e, a partire da queste considerazioni, i programmi di ricerca hanno un valore storiografico, oltre che euristico.

“Così il progresso della razionalità scientifica è segnato dalla scoperta di fatti storici inaspettati, dalla ricostruzione in chiave razionale di una massa sempre crescente di storia impregnata di valori. In altri termini, la teoria della razionalità scientifica costituisce un progresso se da luogo a un programma di ricerca storiografico ‘progressivo’.Perciò le ricostruzioni razionali rimangono sempre sommerse da un oceano di anomalie. Queste anomalie dovranno alla fine essere spiegate o da qualche migliore spiegazione razionale o da qualche ‘teoria empirica esterna’.”⁵⁴

Lakatos ha operato un nuovo slittamento nella teoria della conoscenza, siamo passati ad una sorta di “meta-metodologia” che valuta le ricostruzioni storiografiche delle varie metodologie (induttivismo, falsificazionismo, programma di Kuhn, MSRP stessa) , così come le varie teorie scientifiche in competizione valutano i fatti spiegati e predetti.

La “tensione esplicativa” si sposta sul piano delle ricostruzioni razionali della conoscenza, anche in questo “livello superiore” Lakatos ci fa capire che il progresso avviene attraverso l'elaborazione delle anomalie (storiche) e la competizione fra più alternative storiografiche. Anzi, come i fatti scientifici hanno

⁵⁴ *Ibidem*, p. 170

esistenza e senso alla luce delle teorie, così qui, i fatti storici hanno
esistenza e senso alla luce delle metodologie che li leggono.

“La filosofia della scienza senza la storia della scienza è vuota; la
storia della scienza senza la filosofia della scienza è cieca.”⁵⁵

Con questo “shifting” dalla scienza alle ricostruzioni storiche, dal
MSRP ad una “meta-MSRP”, Lakatos sembra “proiettare” la sua
metodologia anche in altri ambiti della conoscenza; dalla
valutazione della psicanalisi a quella delle scienze sociali ed
economiche. Una “specie” di “super-meta-MSRP” con
un’attitudine omniesplicitiva rispetto a tutti i campi del sapere e
della storia. Ovviamente lo sviluppo, anche in questo metalivello,
avviene attraverso “falsificazioni”, anomalie e slittamenti
progressivi (o regressivi) della metametodologia in questione (o
delle metametodologie?).

Paul Feyerabend, nonostante l’amicizia che lo lega ad Imre
Lakatos, è semplicemente inorridito e agghiacciato!

“Caro Imre, è geniale questa tua ricerca continua e progressiva di
migliori spiegazioni a ogni livello del sapere e in ogni ambito.
Però.....questa ‘meta- MSRP’ che valuta la storia e le
metodologie.....non ti sembra di averla già sentita, nella sostanza
affine, ma con altri termini, in passato, alle riunioni del *tuo* partito.
Non ti è passata, vero, l’idea di fare il Primo Ministro dell’
Ungheria? La speranza è l’ultima a morire.....

⁵⁵ *Ibidem*, pp. 131

Le critiche alla *tua* filosofia, le ho già esposte molte volte, ma se *tu credi nella tua metodologia*.....allora...Ma ricorda Imre, in *Proofs and Refutation* ci tieni a sottolineare che la prova finale, prima di venire alla luce, deve passare attraverso il purgatorio delle prove e confutazioni, penso però che, prima o poi, anche la *tua filosofia* dovrà passare attraverso il purgatorio...per magari poi vedere all'orizzonte il paradiso.”

“SQUEEZING LAKATOS” Ovvero, Dr. Pegel e Mr. Hopper

Volutamente nella lettura dei testi di Lakatos, compiuta nella parte precedente, è stato sottolineato il forte legame che il filosofo ungherese ha con la dialettica hegeliana, e come questa costituisca le fondamenta ed la base della riflessione di Lakatos; ma andiamo ad analizzare meglio la cosa....

Un buon punto di partenza è vedere cosa effettivamente Hegel ha detto riguardo al sapere matematico (argomento molto caro a Lakatos). Così nella *Phaenomenologie des Geistes*:

“Quanto alle verità *matematiche*, verrebbe ancor meno ritenuto geometra colui che sappia a memoria i teoremi di Euclide *estrinsecamente* senza sapere la loro dimostrazione, senza saperli, per esprimerci per contrasto, *intrinsecamente*....anche nella conoscenza matematica, l'*essenza* della dimostrazione non ha ancora il significato e la natura di essere momento del risultato stesso ; anzi nel risultato un tale momento è già passato e dileguato. In quanto risultato il *teorema si considera bensì come un teorema vero*. Ma questa sopraggiunta circostanza non riguarda il suo contenuto,...il movimento della dimostrazione matematica non appartiene all'oggetto, ma è un operare *esteriore* alla cosa.[.....] Nel conoscere matematico la considerazione è un operare che, per la cosa, viene da fuori; ne segue quindi che la cosa vera viene alterata. Senza dubbio il mezzo, cioè la costruzione e

la dimostrazione, contiene qualche proposizione vera: ma si deve anche affermare decisamente che il contenuto è falso.... [per esempio] il triangolo, intorno al quale si deve operare, veniva perduto di vista durante il procedimento, ed era là soltanto in pezzi che appartenevano agli interi. [La dimostrazione] non scaturisce dal concetto del teorema, anzi viene imposta; e si deve ciecamente ubbidire alla prescrizione di tirare certe linee, mentre se ne potrebbero tirare infinite altre...Così la dimostrazione percorre una via che si fa cominciare a un punto qualunque, senza sapere in che rapporto stia con il risultato che deve venir fuori. Una tale dimostrazione assume nel suo corso *certe* determinazioni e *certi* rapporti e ne scarta altri, senza che si possa immediatamente rendere conto della necessità per cui ciò avviene; una finalità esteriore regge tale movimento. L'*evidenza* di questo manchevole conoscere, ...si basa sulla povertà del fine e sulla deficienza del *contenuto* della matematica, ed è quindi così fatta, da suscitare disprezzo da parte della filosofia....il concetto [delle verità matematiche] iscrive le sue differenze come in un elemento morto e vuoto dove esse sono altrettanto immote e prive di vita.”⁵⁶

Hegel poi continua rafforzando il fatto che, per lui, le “verità matematiche” sono *proposizioni rigide e morte*, l’evidenza matematica ha un carattere *puramente formale* e privo di contenuto, e questo formalismo è morto, in quanto non attivo nel processo dialettico.

⁵⁶ Hegel G.W.F.,(1970) *Die Phaenomenologie des Geistes*, Suhrkamp Verlag, Frankfurt; trad. It, (1960), *Fenomenologia dell Spirito*, La Nuova Italia, Firenze,pp. 32-35

La posizione di Hegel (parole scritte nel 1806) può venire così sintetizzata:

- Un giudizio argomentato facendo riferimento, unicamente, alla geometria euclidea (costruzione dei triangoli, teoremi...)
- Conscenza matematica vista puramente alla luce dell'esposizione formale (assiomatica) che, a detta di Hegel, altera il contenuto che vuole esprimere (scegliendo determinati rapporti invece di altri), anzi, si impone sul contenuto stesso lasciandolo completamente occultato. In questo modo le asserzioni matematiche costituiscono un elemento "morto e rigido"
- Le verità formali, pur rimanendo estranee al contenuto che vorrebbero esprimere, si strutturano attraverso un *movimento della dimostrazione* (allora non sono completamente rigide e morte.....se l'accento al movimento della dimostrazione viene fatto in ben due punti...), movimento che comunque non riesce ad afferrare il concetto matematico

Evidentemente le affermazioni di Hegel necessitano di essere, in primo luogo, aggiornate: non è possibile pretendere di fare argomentazioni sul sapere matematico facendo riferimento, unicamente, alla geometria euclidea. Sarebbe come pretendere di spiegare la Storia (cosa in cui, per altro, Hegel si è fortemente impegnato) basandosi sulla ricostruzione delle Guerre Puniche!

Hegel usa due pesi e due misure; uso competente e sofisticato per la storia, mentre uno sbrigativo e grossolano per la matematica.

Inoltre, nonostante il giudizio fortemente negativo e squalificante per la matematica, Hegel, accennando al *movimento della dimostrazione* (cosa che però non viene minimamente sviluppata), lascia un piccolissimo spiraglio che questo movimento possa essere, ad un più attento esame, un movimento dialettico; e che, magari, sempre approfondendo l'argomento, questo *movimento dialettico* permetta di ricostruire, oltre il formalismo, *il contenuto vero della matematica*.

Imre Lakatos, fatte queste considerazioni, ha un ottimo punto d'inizio per il proprio programma di ricerca filosofico: "aggiornare" Hegel e ricostruire la "dialettica della matematica".

Ma in questo ambizioso progetto c'è un piccolo, piccolo, dirompente problema: cosa *veramente* Imre Lakatos conosceva del pensiero hegeliano?

Così due giovani, e capaci, studiosi sulla questione: Motterlini e Larvor.

“A proposito dell'influenza hegeliana è opportuno prendere atto che Lakatos non ha mai specificato il tipo di testi e di contributi specifici che egli considerava fondamentali per la sua educazione. E questo spiega perché tale fonte di ispirazione sia prevalentemente «ideologica». E' del tutto possibile che Lakatos non abbia mai letto in

modo approfondito i lavori di Hegel e che, non diversamente da molti altri, ciò che conosceva di Hegel era quanto vi aveva letto in Marx.”⁵⁷

Questa l’opinione di Motterlini, mentre Larvor, sulla stessa questione mette in luce una discrepanza terminologica fra i termini usualmente usati da Hegel, e quelli scelti da Lakatos, che non può essere casuale; anzi, la scelta del vocabolario sarebbe indice dell’effettiva conoscenza della materia hegeliana da parte del filosofo ungherese.

Così argomenta Larvor la questione facendo riferimento alla scelta di usare i termini di tesi, antitesi e sintesi:

“Lakatos’s mathematical «Hegelianism» would be a little interest if it consisted only in his having once employed the three-step model of knowledge –growth. It is familiar fact that this pattern can be found in almost any intellectual field if it is searched for with sufficient ingenuity. Indeed it would hardly count as Hegelianism, since Hegel never described his own logic in these terms.”⁵⁸

In nota (la numero 16) Larvor fa notare, che anche se il modello tesi-antitesi-sintesi è quello che più si avvicina alla dinamica della dialettica hegeliana, comunque, come qualsiasi altro modello descrittivo e formale, sarebbe stato rifiutato dallo stesso Hegel e dagli hegeliani più fedeli in quanto semplicemente inadeguato.

⁵⁷ Motterlini M., (2000), *Lakatos. Scienza, matematica, storia*, Il Saggiatore, Milano, pp. 27

⁵⁸ Larvor B., (1999), *Lakatos’s Mathematical Hegelianism*, *The Owl of Minerva*, vol. 31, n°1

Sfruttando il suggerimento di Larvor, diamo ora un piccolo controllo a come descrive il processo dialettico Lakatos, e poi come sullo stesso argomento scrive Hegel.

Così Lakatos riassumendo i momenti che hanno portato alla formulazione del teorema della convergenza da parte di Cauchy:

“*Thesis*: The specific version fo the Leibnizian principle of continuity.....*Antithesis*: Cauchy’s definition of continuity.....*Synthesis*: the guilty lemma to which the global counterexamples are also local ones is spotted, the proof improved, the conjecture improved.The Hegelian language which I use here, would I think, generally be capable of describing the various development of mathematics.”⁵⁹

Differentemente Hegel:

“Nello studio della scienza tutto sta quindi nel prendere su di sé la fatica del concetto. La scienza richiede attenzione intorno al concetto come tale, e intorno alle determinazioni semplici, come quelle per esempio dell’*essere in sé*, dell’*essere per sé*, e dell’*ugualiansa* con se stesso ecc...; esse sono infatti puri automovimenti.....”⁶⁰

⁵⁹ Lakatos I., (1976), *Proofs and Refutations*, Cambridge University Press, Cambridge, pp. 144-145

⁶⁰ Hegel G.W.F.,(1970) *Die Phaenomenologie des Geistes* ,Suhrkamp Verlag, Frankfurt; trad. It, (1960), *Fenomenologia dell Spirito*, La Nuova Italia, Firenze, pp. 48

Aumentano i dubbi sull'effettiva "lingua hegeliana" usata da Lakatos, le determinazioni, o automovimenti, essendo un punto cruciale della dialettica hegeliana, dovrebbero avere un nome univoco (o altrimenti esplicitamente duplice), o *tesi*, o *in sé*; nei due passi citati, invece, non pare esserci accordo. Evidentemente uno dei due ha scarsa conoscenza del pensiero dell'altro.

Il dubbio, su cosa effettivamente Lakatos conoscesse del pensiero di Hegel, si alimenta anche seguendo un'altra riflessione.

L'autore della *Phaenomenologie des Geistes*, dopo aver introdotto il lettore, al processo dialettico e ai suoi automovimenti, e aver illustrato come dal primo sapere fenomenico si arrivi a comprendere il concetto, a questo punto Hegel puntualizza un aspetto fondamentale del proprio pensiero: anche la coscienza del soggetto è coinvolta nel processo dialettico. Questo non implica solo dei movimenti dall' *in sé, per sé*, per giungere *all'in sé e per sé*, sul "versante" dell'oggetto conosciuto; ma anche il soggetto conoscente, ha un ruolo attivo nel processo dialettico, e, come si evolve l'oggetto della conoscenza, specularmente si evolve anche il soggetto conoscente (il processo che dalla primigenia coscienza, porta all'autocoscienza, poi alla ragione, allo spirito, per terminare con il sapere assoluto).

Ma per meglio chiarire la questione facciamo affidamento a come lo stesso Hegel si esprime a riguardo:

“Dunque, ciò che la coscienza dentro di sé, designa come lo *in sé* o come il *vero*, noi abbiamo la misura da lei stessa stabilita per

commisurarvi il suo sapere. [...]Questo movimento *dialettico* che la coscienza esercita in lei stessa, e nel suo sapere e nel suo oggetto, *in quanto gliene sorge un nuovo vero oggetto*, è propriamente ciò che dicesi *esperienza*.Noi vediamo che la coscienza ha ora due oggetti; l'uno è il primo *in sé*, l'altro è *l'esserci per lei di questo in sé*. [.....] invece il nuovo oggetto si mostra come divenuto mediante un *rovesciamento della coscienza stessa*. [...] Nel movimento della coscienza si produce quindi un movimento dell'*esserci in sé o esserci per noi*; momento che non si presenta per essa, la quale è essa medesima immersa nell'esperienza; ma il *contenuto* che viene a noi sorgendo è *per la coscienza*; [...] i momenti dell'intero sono *figurazioni della coscienza*.....la coscienza medesima segnerà la natura dello stesso sapere assoluto.”⁶¹

Queste parole estrapolate dalla parte finale dell'introduzione alla *Phaenomenologie des Geistes*, non lasciano dubbi riguardo al ruolo attivo della coscienza nel processo dialettico. La coscienza è presentata come un elemento dinamico che, *rovesciandosi in se stessa*, si evolve dialetticamente e, in funzione di questo rovesciamento crea l'oggetto conosciuto. Hegel sottolinea un altro aspetto che non è da sottovalutare: solo in funzione di queste figurazioni dialettiche della coscienza è possibile parlare di *esperienza*. Anzi, l'esperienza viene determinata dal rapporto che intercorre fra la coscienza, che si *rovescia in se stessa* (evolvendosi nelle figurazioni della dialettica) e l'oggetto conosciuto, che proprio in

⁶¹ *Ibidem*, pp.74-78

virtù di tale *rovesciamento* diviene vero e proprio oggetto conoscibile e conosciuto. Le parole di Hegel, citate precedentemente, sono chiare: *l'esperienza è un movimento dialettico della coscienza*.

Fatta questa breve analisi del testo hegeliano, ci si può legittimamente chiedere: perché Imre Lakatos non ha mai sviluppato tale punto fondamentale del pensiero di Hegel? In fondo anche l'attività matematica, potrebbe qualificarsi come "esperienza matematica", quindi, conseguentemente, passibile di un'analisi sulla coscienza e sulle sue figurazioni, come del resto indica chiaramente Hegel. Uno degli obiettivi di Lakatos non era forse "sviluppare una dialettica della matematica"? Ma quale "*dialettica*"?

L'opinione di Motterlini, che le conoscenze della filosofia hegeliana, si limitassero a quanto veniva riportato nella letteratura marxista (fondamentale nella formazione culturale di Lakatos), acquista sempre più corpo e veridicità.

Imre Lakatos, alla luce di queste considerazioni, ha un progetto molto ambizioso ("trasportare" o integrare il sistema hegeliano con il sapere matematico e scientifico, non più adeguato agli sviluppi contemporanei della scienza) e un grosso problema (scarsa conoscenza della filosofia di Hegel, e un'immagine di Hegel mediata dalla letteratura marxista): la questione che si pone è l'abbandonare il progetto di ricerca, o, altrimenti, nel cercare una soluzione al problema.....Lakatos "pare" abbia scelto la seconda via.

Cerchiamo di tradurre il problema in termini “lakatos-hegeliani”. Lakatos fa riferimento ai concetti di tesi, antitesi, sintesi; per quanto riguarda la *tesi* – nell’ambito della filosofia della scienza – non insorgono molti problemi, si potrebbe trattare di teorie scientifiche, di singoli risultati all’interno di una teoria, comunque di “fatti” scientifici accettati dalla comunità dei ricercatori. Più complessa la situazione per quanto riguarda l’*antitesi*; Lakatos deve spiegare, non solo la presenza di “fatti che contraddicono” ciò che è espresso dalla tesi, ma anche l’emergere dell’*antitesi* richiede una giustificazione (non potendo fare riferimento ai movimenti dialettici della coscienza – per ragioni appena spiegate-). Ancora più complessa è la situazione dalla *sintesi*, qui oltre la dinamica che porta da una “fase” all’altra, va chiarito l’accrescersi della conoscenza che si collega al momento della sintesi, e sintesi che si attua solo in funzione della “soluzione” dell’*antitesi*. Lakatos deve spiegare: una dinamica della conoscenza che si struttura attraverso dei momenti “negativi” rispetto alle istanze da cui il processo ha avuto inizio; questa dinamica deve portare ad un accrescimento della conoscenza, infine, il “quadro concettuale” all’interno del quale tutto questo processo ha luogo deve essere “fluido”, passibile di mutamenti, altrimenti il progetto di affrontare il sapere scientifico e matematico dal punto di vista della “dialettica” fallisce.

Dagli anni trenta⁶² in , un giovane filosofo austriaco, pur partendo da premesse totalmente differenti da quelle di Lakatos, “sembra” proporre idee e concetti, in disaccordo con la “standard-view” positivista, che, potrebbero “aiutare” il programma di ricerca di Lakatos. Questo filosofo austriaco porta il nome di Karl Popper.

Il Prof. Feyerabend che aveva “animato” la presentazione di Lakatos fatta nel capitolo precedente, in questo frangente, potrebbe commentare: “Caro Imre, hai fatto come Cristoforo Colombo: questo voleva raggiungere le Indie (nel tuo caso riprendere la filosofia hegeliana) ma, per strane circostanze, senza mai abbandonare l’impresa, è giunto nelle Americhe (per te, le Americhe sarebbero la *tua* filosofia). E’ vero, Colombo non ha raggiunto l’India, ma, comunque ha scoperto qualcosa di interessante.... Penso ti sia successa, più o meno, la stessa cosa.”.

Ma ritorniamo agli aspetti del pensiero di Popper che hanno “integrato” il programma di Lakatos.

Popper attacca alacramente le posizioni del neopositivismo logico, e propone una filosofia della scienza fondata sul rifiuto del verificazionismo, in favore di una prospettiva centrata sulla falsificazione delle teorie scientifiche. Le teorie stesse, hanno un aspetto congetturale che costituisce l’aspetto peculiare dell’impresa

⁶² Si è scelto di presentare in questo modo l’influenza che Karl Popper ha avuto sul pensiero di Lakatos, in quanto il contatto con il pensiero di Popper avvenne nel periodo in cui Lakatos si trasferì in Inghilterra. Precedentemente, in Ungheria, la principale fonte ideologica fu la dottrina marxista attraverso cui, come dimostrato, Lakatos venne a conoscenza della filosofia di Hegel. Sempre al “periodo ungerese” si fa risalire l’interesse, e l’influenza, per l’impostazione didattica e euristica della matematica illustrata da Polya nei suoi lavori.

scientifico; impresa scientifica che si alimenta attraverso la discussione critica delle teorie proposte (a livello congetturale).

Ma analizziamo uno ad uno questi tre aspetti (*falsificazione, atteggiamento critico e valore della congettura*) fondamentali nella filosofia di Popper.....e in quella di Lakatos.

I neopositivisti logici avevano posto il criterio di demarcazione fra la scienza e ciò che scienza non era (per esempio la metafisica) nella verifica induttiva delle teorie scientifiche; questo il parere di Popper a riguardo: “...un rozzo criterio di demarcazione basato sulla verificabilità”.⁶³ Accettare la verifica e l’induttivismo, per Popper, porta solo ad alimentare uno sterile regresso all’infinito per giustificare ogni successiva verifica e induzione, rivelandosi così un criterio di demarcazione completamente inefficace....

Una soluzione a questo inevitabile regresso consiste nell’abbandonare in toto l’idea induttiva e della verifica. Da ricercare, nella scienza, sono le falsificazioni della teoria; solo attraverso esse, emergono fatti nuovi e la conoscenza scientifica accresce. La falsificazione mette anche in luce la “povertà” della teoria, la falsificazione dice un “NO” che deve stimolare la formulazione di teorie migliori e maggiormente esplicative. Alcune parole di Popper a riguardo:

“Ma io ammetterò certamente come empirico, o scientifico, soltanto un sistema che possa essere controllato dall’esperienza. Queste

⁶³ Popper K. (1969), *Conjectures and Refutations*, Routledge, London; trad. it. *Congetture e confutazioni*, Il Mulino, Bologna, pp. 72,

considerazioni suggeriscono che, come criterio di demarcazione , non si deve prendere la *verificabilità*, ma la *falsificabilità* del sistema. In altre parole: da un sistema scientifico non esigerò che sia capace di essere scelto, in senso positivo, una volta per tutte; ma esigerò che la sua forma logica sia tale che possa essere messo in evidenza, per mezzo di controlli empirici, in senso negativo: *un sistema empirico deve poter essere confutato dall'esperienza.*"⁶⁴

Popper includendo la falsificazione come punto fondamentale della propria filosofia, e riscontrandola come fattore determinante nello sviluppo della scienza, offre un prezioso suggerimento a Lakatos: *falsificazione* → *antitesi* (nella prospettiva sopra esposta di Lakatos).

Un tassello del progetto di Lakatos sembra quindi essere in “armonia” con le proposte di Popper; mancano però altri punti da sviluppare per far sì che il progetto filosofico di Lakatos “funzioni”.

Una volta messa in relazione la falsificazione di Popper, con la necessità di spiegare il momento dell'antitesi di Lakatos, bisogna anche spiegare come avviene la *dinamica della conoscenza*. Come già spiegato Lakatos non può fare fondamento sulla dialettica hegeliana, sconosciuta, ma deve “ispirarsi” ad altre fonti.

Popper, ininterrottamente, in tutte le sue opere ha sottolineato che solo attraverso *l'approccio critico* si può giustificare la scelta di una teoria piuttosto che un'altra “rivale”; la stessa ricerca della falsificazione

⁶⁴ Popper K., (1934), *Logik der Forschung*, Springer, Wien; trad. It. (1970), *Logica della scoperta scientifica*, Einaudi, Torino, pp. 22

deve essere guidata da un atteggiamento critico verso la teoria che si vorrebbe confutare.

Per esempio in una pagina di *Poscritto alla logica della scoperta scientifica. Il realismo e lo scopo della scienza*:

“ Possiamo spesso offrire delle ragioni per considerare una teoria preferibile ad un'altra. Esse consistono nel rilevare che, e come, una teoria ha fin'ora restituito alla critica meglio di un'altra. Chiamo tali *ragioni critiche* per distinguerle da quelle *ragioni positive* che vengono offerte con l'intenzione di *giustificare* una teoria, o in altre parole, di giustificare la credenza nella verità.

Le ragioni critiche non giustificano una teoria, perché il fatto che una teoria abbia resistito alla critica meglio di un'altra non rappresenta affatto una ragione per supporre sia effettivamente vera. Ma benchè le ragioni critiche non possono mai giustificare una teoria, possono essere usate per difendere (ma non per *giustificare*) la nostra *preferenza*: cioè la nostra decisione di usare questa, piuttosto che alcune delle, o tutte, le altre teorie fino ad ora proposte. Tali ragioni critiche non provano naturalmente che la nostra preferenza sia niente più che congetturale: dovremmo abbandonarla se dovessero emergere delle nuove ragioni critiche contro di essa, o se dovesse venir proposta una nuova e promettente teoria che richieda un ripristino della discussione critica.

L'offrire delle ragioni per le proprie preferenze può, naturalmente, chiamarsi (nel linguaggio ordinario) una giustificazione. Ma non lo è nel senso criticato in questo contesto. Le nostre preferenze sono

«giustificate» solo relativamente allo stato attuale della nostra discussione.”⁶⁵

Questa lunga citazione da Popper è una sorta di “pregnante riassunto” di alcuni “spunti” che non sono passati inosservati agli occhi di Lakatos....

In primo luogo, come già detto, il valore *della discussione critica*: solo attraverso la valutazione critica è possibile pronunciarsi sulle teorie scientifiche e scegliere quale accettare. Secondariamente, il passaggio da una teoria ad un'altra viene motivato dal confronto critico delle teorie in questione. La critica serve sia a “difendere” una teoria, ma anche a cambiarla, e a motivare il cambiamento, quando questa si dimostri inadeguata. *La discussione critica si impone, così, come una forza motrice della crescita della conoscenza.*

Questo aspetto “*dinamico*” è fondamentale sia nel pensiero di Popper, che in quello di Lakatos; anche se i due si muovono in due contesti molto diversi.

Per Popper, semplificando in modo molto elementare, lo svolgersi delle cose procederebbe: teoria, discussione critica per “giustificarla” nei confronti delle altre teorie rivali; nel momento che il confronto critico volge a favore di una teoria rivale, ne seguirebbe la sostituzione della prima teoria, con quella “più resistente” al processo critico.

⁶⁵ Popper K., (1956), *Realism and the Aim of Science from the Postscript to the Logic of Scientific Discovery*, Hutchinson, London; trad. It., (1984), *Postscritto alla logica della scoperta scientifica. Il realismo e lo scopo della scienza*, Il Saggiatore, Milano, pp. 49

Per Lakatos la situazione è un po' più complessa.... Si è messo in luce come il primo modello di conoscenza che Lakatos ha preso in considerazione si articolava in tre passi: *tesi, antitesi e sintesi*. Si è anche mostrato come il nostro filosofo ungherese non potesse fare affidamento su un profondo studio della dialettica hegeliana. Lakatos ha questi tre momenti della conoscenza, ma deve trovare un modo per spiegare come da uno, la tesi, si arrivi agli altri, antitesi e sintesi. Anche in questo frangente Popper gli offre un prezioso suggerimento: *la discussione critica*.

La valutazione critica della tesi (nel caso dei poliedri, la prima congettura) fa emergere i problemi (le varie anomalie “mostruose”), e sempre e solo attraverso il procedere critico si trova la soluzione ai vari “problemi posti sul tavolo”: la sintesi finale (nel caso di *Proofs and Refutations* il teorema finale che renda conto di tutto il processo critico e dialettico avvenuto precedentemente).

Quello che Hegel spiegava attraverso *il riversamento della coscienza e le sue figurazioni*, da Lakatos viene motivato nel corso della *discussione critica* che “muove” la crescita della conoscenza.

Anche in questo frangente Hegel e Lakatos non potrebbero essere più diversi.

Questa differenza è fondamentale per valutare correttamente la proposta filosofica di Lakatos, partendo da “premesse traballanti” il pensiero di Hegel è stato completamente reinventato; Hegel parla di *automovimenti*, per gli successivi hegeliani sembra che i passaggi

all'interno della dialettica si generino da soli, come fossero qualcosa di già dato e che non richieda ulteriore spiegazione.

In Lakatos niente di tutto ciò! Qualsiasi cambiamento ed evoluzione, sia in *Proofs and Refutations* che nella *MSRP*, hanno origine nel confronto critico, e si strutturano nella discussione critica; il mutamento non si “autogenera” come se fosse garantito..., ma si costruisce, e si corregge valutando e confrontando tutte le parti in gioco. E di questo Lakatos è immensamente debitore a Popper.

Ma questa fondamentale discussione critica, su cosa si attua?

Il discorso critico è possibile solo a partire da delle teorie scientifiche, non considerate come qualcosa di fisso ed immutabile, ma come “*semplici*” congetture, che, appunto sotto la spinta critica vengono modificate, o sostituite da nuove congetture.

Questi due elementi, il discorso critico e il considerare le teorie scientifiche come congetture, danno una svolta essenziale a quello che qui è stato presentato come il “problema di Lakatos”. Tali elementi alimentano una spiegazione dinamica dell'impresa scientifica, correggibile e fallibile (questo in senso Popperiano), permettendo a Lakatos di non abbandonare il “modello euristico” fondato su tesi, antitesi e sintesi. Usando gli strumenti concettuali suggeriti dalla *MSRP* il *nucleo* del programma di ricerca di Lakatos è costituito da: il modello tesi- antitesi-sintesi, dal vedere ognuno di questi momenti in modo congetturale, ed infine, dallo spiegare “il movimento” in termini di valutazione critica delle congetture.

In questo modo Lakatos, partendo da premesse hegeliano-marxiste, ha dato vita ad una sorta di *fallibilismo dialettico*, o *dialettica fallibilista* che usando in modo originale gli “stimoli” da Popper, ha portato, decisamente, qualcosa di nuovo nella filosofia della scienza.

Ha dato una nuova forma sia al materiale di origine hegeliana (nonostante le “peripezie culturali”), ma anche ai temi fallibilisti raccolti dalla filosofia di Popper.

Lakatos nell’esposizione della *Methodology of Scientific Research Programmes* aveva sottolineato che il nucleo metafisico dei programmi di ricerca si articola, e si arricchisce, nel corso del tempo; l’evoluzione storica riveste un aspetto fondamentale. Analogamente è stato per il nucleo del suo programma di ricerca. In questo processo di strutturazione della ricerca di Lakatos ha avuto un ruolo non marginale anche l’opera di Pólya.

Lakatos tradusse *How to solve it* ancora in Ungheria negli anni cinquanta; a Pólya si deve l’aver arricchito la prospettiva lakatosiana di stimoli fondamentali: l’attenzione per la didattica della matematica (a quei tempi Lakatos occupava una posizione di rilievo all’interno del Ministero della Cultura ungherese, quindi interessato in prima persona all’argomento), nel contesto didattico staccarsi dal modello logico-formalista per proporre una matematica incentrata sugli aspetti congetturali ed euristici. Il pubblico a cui si rivolge Polya nei suoi scritti è principalmente costituito dagli insegnanti di matematica delle scuole, e a essi viene proposta la materia sotto la forma di problemi e

congetture, che richiedono una soluzione. Pólya accompagna il lettore/insegnante nel proporre agli studenti una nuova via per la soluzione dei problemi (che non contempli direttamente la dimostrazione formale della soluzione ricercata), e alcuni temi “classici” della didattica matematica vengono ricostruiti da questa originale prospettiva *euristica*.

Sia Popper che Pólya parlano di congetture, per entrambi è un concetto fondamentale, ma i due lo fanno in due “sensi” differenti. Pólya si riferisce a congetture elaborate per risolvere singoli e determinati problemi, il contesto in cui la congettura è intimamente legato a quello di una teoria (o una parte di esse). Queste congetture hanno una dimensione circoscritta: congetture che si propongono di risolvere singoli problemi in un quadro teorico già definito da una teoria “sovrastante”.

Ben altro ruolo ha l’aspetto congetturale nella filosofia di Popper: qui le congetture sono vere e proprie teorie autonome che si pongono come spiegazioni di un’ampia gamma di fenomeni (hanno una larga base empirica), nel momento che la congettura “muore uccisa” dalla critica, la nuova congettura che la sostituisce, la sostituisce totalmente, non mantenendo nulla del contesto precedente. Analogamente anche l’aspetto fallibilista che accomuna sia Pólya che Popper, ha per i due valore diverso.

Lakatos, nel suo percorso culturale, partendo dalla “versione congetturale circoscritta” di Polya, si è successivamente spostato verso la versione popperiana teoria = congettura.

Il legame che unisce Lakatos a Popper non scorre unicamente lungo il filo della critica e della congettura, ma i due condividono un giudizio positivo verso la metafisica; anzi entrambi considerano le istanze metafisiche come parte attiva nella crescita della scienza.

Popper già nella *Logik der Forschung* staccandosi dalla prospettiva neopositivistica così si esprimeva:

“Infatti non si può negare che, accanto alle idee metafisiche che hanno ostacolato il cammino della scienza, ce ne sono state altre- come l’atomismo speculativo- che hanno aiutato il progresso.

E guardando la questione dal punto di vista psicologico, sono propenso a ritenere che la scoperta scientifica è impossibile senza la fede in idee che hanno una natura puramente speculativa, e che talvolta sono addirittura abbastanza nebuloze; fede, questa che è completamente priva di garanzie dal punto di vista della scienza e che pertanto, entro questi limiti è *metafisica*.”⁶⁶

Nel *Poscritto alla logica della scoperta scientifica. Il realismo e lo scopo della scienza* Popper si sofferma a discutere la questione del realismo metafisico:

⁶⁶ Popper K., (1934), *Logik der Forschung*, Springer, Wien; trad. It., (1970), *Logica della scoperta scientifica*, Einaudi, Torino, pp.19

“ Esso costituisce una sorta di retroterra che motiva la nostra ricerca della verità. La discussione razionale, cioè l’argomentazione critica allo scopo di avvicinarsi alla verità, sarebbe immotivata senza una realtà oggettiva, senza un mondo che ci poniamo come compito da scoprire...[...] L’idealismo metafisico è falso, il realismo metafisico è vero. Noi questo, non lo ‘conosciamo’, nel senso in cui possiamo conoscere che $2+3=5$; vale a dire, non conosciamo nel senso di una conoscenza dimostrabile. E non lo conosciamo neppure nel senso di una «conoscenza scientifica» controllabile. Ma questo non significa che la nostra conoscenza sia non ragionata, o irragionevole. Al contrario, non esiste una conoscenza fattuale che sia sostenuta da più e da più forti (anche se non conclusivi) argomenti.”⁶⁷

Dalle idee metafisiche che fungono da “ispirazione” alla scienza, Popper articola la sua posizione a sostegno del *realismo metafisico* che viene posto come elemento “garante” della conoscenza e della discussione critica.

Anche Lakatos ha un giudizio positivo nei confronti della metafisica, non a caso nella MSRP parla di *nucleo metafisico*, ma, considerando le “discordanti” fonti che hanno alimentato la sua filosofia, forse, è meglio analizzare la cosa con maggiore attenzione.

Popper rigetta la filosofia di Hegel, e a prima vista sembra che le due fonti siano inconciliabili. Lakatos, comunque, è in debito con entrambi. Anche in questo frangente Lakatos trova una “soluzione

⁶⁷ Popper K., (1956), *Realism and the Aim of Science from the Postscript to the Logic of Scientific Discovery*, Hutchinson, London; trad. It., (1984), *Postscritto alla logica della scoperta scientifica. Il realismo e lo scopo della scienza*, Il Saggiatore, Milano, pp. 106

originale” all’incompatibilità delle due metafisiche; come nella situazione precedente, nel caso di Hegel, bisogna tenere presente le effettive conoscenze di Lakatos, e non la filosofia hegeliana nella sua intierezza.

Il *nucleo metafisico* nella MSRP è costituito da un gruppo di asserti proposti come infalsificabili, verso cui non è possibile dirigere il *modus tollens*, Lakatos sottolinea anche che questo *nucleo* è “il motore” permette al programma di predire fatti nuovi, e avere così un andamento progressivo. Questa “funzione” di “sostegno” e giustificazione dell’azione del programma di ricerca, fa presumere che il *nucleo* lakatosiano sia molto più vicino alla proposta del realismo metafisico di Popper, che, piuttosto, all’idealismo di Hegel. La contiguità con la posizione di Popper viene anche alimentata dalla constatazione, già esposta, che le conoscenze hegeliane di Lakatos non gli permettevano di argomentare efficacemente l’accettazione in toto della filosofia di Hegel.

Sembra che il “contributo hegeliano” , o marxista, risieda principalmente nel modello dialettico dei tre momenti, tesi, antitesi e sintesi, oltre che costituire una specie di “modello regolativo”, o una sorta di “ideale da completare”, per il programma di ricerca dello stesso Lakatos.

Per quello che concerne invece la metafisica che caratterizza *il nucleo* dei programmi, questa è da ricercare altrove.

Ogni singolo programma di ricerca ha un proprio nucleo che “funge da motore” della ricerca. Il nucleo garantisce la continuità dei risultati ottenuti dal programma, siano essi positivi e progressivi, piuttosto che negativi; inoltre il programma di ricerca è caratterizzato anche da una serie di *regole metodologiche* che ne garantiscono il proseguio.

Così Lakatos:

“Come ha rilevato Popper, queste regole metodologiche possono essere espresse nella forma di principi metafisici”⁶⁸

non ci sono dubbi che Lakatos nel nucleo vede attiva una metafisica “à la Popper”, e, se le regole metodologiche si traducono in asserti metafisici, anch’esse devono appartenere alla struttura del nucleo del programma di ricerca. Lakatos, poche righe dopo, si affretta a chiarire che questo tipo di regole possono essere viste come una “metafisica influente”, come aveva illustrato Watkins in un suo articolo.⁶⁹

Al nucleo vengono quindi ad appartenere: gli asserti spiccatamente metafisici, le regole metodologiche con “valore metafisico”.

Il nucleo che dovrebbe contenere da un minimo di due a un massimo di cinque asserti che “regolano” la metafisica del programma, la sua

⁶⁸ Lakatos I., (1978), *The Methodology of Scientific Research Programmes*, vol I, Cambridge University Press, Cambridge; trad. It. , *La metodologia dei programmi di ricerca scientifici*, vol. I, Il Saggiatore, Milano, pp. 61

⁶⁹ Watkins J., (1958), “Confirmable and Influential Metaphysics”, *Mind*, n°67, pp. 344-365

euristica positiva e una parte delle regole metodologiche che intervengono nel programma stesso.

Una parte delle regole, perché un secondo gruppo di regole *potrebbero* (ad una attenta analisi) appartenere alla *cintura protettiva* che garantisce l'incolumità degli asserti del nucleo. Lakatos ci dice che il *modus tollens* può agire solo sugli elementi della cintura protettiva, l' *euristica negativa* suggerendo le vie da evitare, *di fatto*, indica una sorta di "metodologia", anche se in senso diverso alla metodologia degli asserti metafisici del nucleo. Ammettere di fatto questo "secondo livello di metodologia" permette la gestione del programma; inoltre, e questo è lo stesso Lakatos a sottolinearlo, la pratica della scienza richiede la strutturazione di *modelli* per la gestione e spiegazione dei dati, i quali devono avere un "aspetto metodologico", o di regole, per essere applicabili alla base empirica; altrimenti, tutta la dinamica all'interno della cintura protettiva del programma di ricerca ricade nel convenzionalismo tout court.

Lakatos è molto chiaro a riguardo della presenza di "una dose di convenzionalismo" in ogni programma di ricerca legata alle decisioni prese dai fautori del programma stesso; altra questione è delimitare "la quantità di convenzionalismo" accettata all'interno di ogni programma. Purtroppo, a tale riguardo, hanno maggiore pregnanza le critiche di Feyerabend che la difesa di Lakatos.

Ammettere, o postulare, la presenza di un "progetto metodologico" che lavora con un gruppo di asserti metafisici a livello del nucleo,

mentre nella cintura protettiva con una serie di regole (implicite o esplicite) che garantiscono la pratica della scienza, permette di “salvare” la filosofia di Lakatos dalle accuse, comunque non infondate, di Feyerabend.

Lo stesso Lakatos non vede di buon occhio il convenzionalismo:

“ Il convenzionalismo può essere criticato, mediante l’indagine storica. In breve: se i criteri di scelta fossero quelli del convenzionalismo, allora la scienza sarebbe cresciuta in modo irrazionale.”⁷⁰

....e essere *irrazionale* è l’ultima delle ambizioni di Lakatos.

La MSRP propone un modello di spiegazione della scienza che cerca di riunire in un progetto unitario questioni metodologiche, euristiche, metafisiche e critiche; come suggerisce Feyerabend, è però tutto da valutare il modo, e l’efficacia pratica, con cui questi aspetti vengono fatti interagire l’uno con l’altro.

E’ lampante un’evoluzione dal modello filosofico proposto in *Proofs and Refutations*, ma è un’evoluzione che necessita di essere valutata, visto che Imre Lakatos *non* ha mai abbandonato il proprio progetto iniziale di “stampo” hegel-marxista.

Proofs and Refutations è centrato sulla ricostruzione di un teorema matematico e tutto il discorso teorico proposto viene messo in riferimento con la matematica; differnetemente la MRSP si propone

⁷⁰ Lakatos I., Feyerabend P. K., (1995), *Sull’orlo della scienza. Pro e contro il metodo*, Cortina, Milano, pp. 139

come uno strumento valutativo per teorie matematiche, fisiche, chimiche, biologiche, economiche, psicologiche, per le stesse filosofie che valutano la scienza, per le ricostruzioni storiche,... insomma pare che la MRSP possa fungere da criterio per qualsiasi ambito dello scibile. Considerando il programma di Lakatos con i suoi stessi criteri, si può constatare che la “base empirica della teoria” è stata ampliata; ovviamente nella prospettiva di rendere il programma progressivo.

L’apporto della filosofia di Popper è innegabile nella MSRP, e sembra, quasi, aver occultato la precedente fonte hegeliana. Non è così. O meglio, Lakatos ha abbandonato il vocabolario hegeliano, ma non per questo si è distaccato dall’ “*ideale regolativo*” della filosofia hegeliana. Lo sviluppo delle teorie scientifiche avviene, nella MSRP, per *slittamenti progressivi* del programma originario, tali slittamenti si alimentano attraverso la critica posta alla teoria; analogamente, in *Proofs and Refutations* vi era uno slittamento sia fra i tre momenti di tesi, antitesi e sintesi, ma anche, e soprattutto, fra le varie “fasi” dello sviluppo del teorema: il momento congetturale, quello dei controesempi, quello “quasi- formale”, per terminare con la soluzione formale del problema.

L’ideale regolativo hegeliano lo si può ravvisare anche nel fatto che Lakatos pretende di porre la MRSP come uno strumento universale di giudizio, non solo delle teorie scientifiche, ma anche della stessa storia. Questa prospettiva “assoluta” ricorda molto il contesto della

filosofia di Hegel, e anche quella di Marx, che pretendevano di porsi come strumento universale di spiegazione.

In *Proofs and Refutations*, un saggio circoscritto alla matematica, l'influenza hegeliana è anche in "dimensione circoscritta", in funzione del singolo teorema che si ambisce dimostare. Nella MSRP, diversamente, si pone come "spiegazione totale", lo "spunto" hegeliano riguarda, di conseguenza, va a toccare aspetti come la possibilità che la MSRP si ponga ad un livello superiore come "metacriterio" di se stessa.

La filosofia di Popper ha sicuramente portato elementi fecondi nel pensiero di Lakatos (soprattutto per quanto riguarda il discorso critico), e un Lakatos senza Popper sarebbe cosa ben diversa; ma Popper è stato "integrato" nel progetto hegeliano di Lakatos che, come dimostrato, ha *sempre* costituito l'ideale regolativo del filosofo ungherese.

Questione affine è se tra il modello di euristica proposto in *Proofs and Revolutions* e l'organizzazione tra euristica positiva e negativa della MSRP esista una differenza sostanziale o meno.

Così Motterlini:

“In particolare per il Lakatos filosofo della matematica di formazione hegeliana, *metodologia, euristica, e logica della scoperta* sono sinonimi. Ma lo stesso non vale per l'autore della MSRP. Per quest'ultimo la speranza che la metodologia «avrebbe fornito un manuale di regole meccaniche per risolvere problemi» è stata

abbandonata. La metodologia (o logica della scoperta) consiste piuttosto in un insieme di regole per la valutazione di teoria già pienamente articolate: «il termine normativo non significa più che si forniscono regole per ottenere soluzioni, ma solo ‘istruzioni tipo’ per valutare soluzioni già date»(Lakatos, 1974, pag 179).

Per il professore della London School of Economics dunque: « *la metodologia è distinta dall’euristica*, un po’ come i giudizi di valore (*value statement*) sono distinti dalle asserzioni normative (*ought statement*) » La metodologia, dunque, non riguarda più le regole e strategie da adottare nel contesto della scoperta. Solo l’euristica da consigli in questo ambito. Ma lo fa in modo diverso da prima. I principi euristici (separati dalle strategie metodologiche, sia dagli standard di valutazione) non sono ‘oggettivi e autonomi’. Essi guidano la ricerca solo all’interno di un dato programma di ricerca(...). L’euristica, pertanto, è essa stessa, soggetta al cambiamento e al mutare della scienza.”⁷¹

Questa lunga citazione da Motterlini ci riporta a quanto considerato precedentemente quando si è affrontato il tema della metodologia proposta dalla MSRP. Questo stesso tema lo troviamo ora posto in relazione con un altro aspetto fondamentale nella filosofia di Lakatos: l’euristica.

Il tipo di euristica che traspare da *Proofs and Refutations* si estende a tutta la filosofia proposta, e si intreccia con questioni metodologiche, e la critica che muove di procedere della dimostrazione.

⁷¹ Motterlini M., (2000), *Lakatos. Scienza, matematica, storia*, Il Saggiatore, Milano, pp127

Correttamente Motterlini mette in luce che questa unità di aspetti della filosofia di Lakatos, nella MSRP viene a meno. In primo luogo, e riguardo a ciò Lakatos è esplicito, ogni singolo programma di ricerca ha la sua propria euristica, come ogni programma ha il suo nucleo metafisico. Lakatos da un'euristica "globale" è passato ad un'euristica "locale".

Nella MSRP la scelta di organizzare il programma di ricerca su due livelli, quello del nucleo e quello della cintura protettiva, pone maggiori problemi. Lakatos parla di due forme di euristica: una positiva, che "alimenta il programma", e una negativa, che blocca alcune soluzioni a favore di altre ritenute migliori dai fautori del programma. Lakatos è chiaro (passo già citato) che gli asserti metafisici del nucleo abbiano una valenza metodologica, da questo, seguendo il pensiero di Lakatos, possiamo dedurre che l'euristica positiva del nucleo sia connessa sia con gli asserti metafisici, che con gli aspetti metodologici dell'*hard core*. Su questo livello, quello del nucleo, sembra riproporsi, *in un contesto "slittato"*, l'unità di euristica, metodologia e logica della scoperta era propria di *Proofs and Refutations*.

Il fatto poi che Lakatos proponga la MSRP come un "metastrumento" atto a valutare gli stessi programmi di ricerca e la storia, fa sì che nell'ambito metodologico vengano inclusi anche i "giudizi di valore" per i quali risulterebbe possibile effettuare una scelta fra programmi di ricerca in concorrenza fra loro.

Se la MRSP viene applicata a dei “*fatti*” scientifici “nudi e crudi”, allora ha senso vedere ancora la metodologia sotto la luce di uno strumento solutore di problemi (allora ci potrebbe essere una “metodologia metafisica” a livello del nucleo, mentre nella cintura una serie di regole metodologiche); differentemente se la MSRP la si usa per valutare gli stessi programmi di ricerca, *spostandosi ad un metalivello*, allora quelli che al livello inferiore costituivano delle “regole pratiche”, diventano in questo frangente dei giudizi di valore per mettere in luce l’efficacia , *storica*, dei vari programmi di ricerca concorrenti.

Seguendo il ragionamento ora esposto, sembra che Lakatos, per realizzare il suo “idale regolativo hegeliano”, alla fine, finisca per usare due pesi e due misure a seconda di ciò a cui la MRSP si riferisce: uno standard per i fatti scientifici, uno differente per gli stessi programmi di ricerca visti come “oggetti” di un programma di ricerca “superiore”.

In questo contesto Feyerabend ha perfettamente ragione a rimproverare al suo amico la colpa di porre degli standard e poi, di suo, non seguirli, insomma: “fatta la legge, fatto l’inganno!”.

Manca una risposta conclusiva ed efficace di Lakatos⁷².

Si è precedentemente illustrato come Lakatos usi la prospettiva critica di Popper per spiegare la dinamica da un momento all’altro nella *sua* dialettica. Hegel spiegava l’*esperienza* in funzione del soggetto,

⁷² La risposta avrebbe potuto essere *The Changing Logic of Scientific Discovery* , ma purtroppo Lakatos morì prima di dare l’opera alla luce.

coscienza, che mutando dialetticamente “strutturava” il proprio oggetto; Lakatos, non “usando” tale prospettiva, deve rifarsi ad altro. Affidare la “garanzia” dinamica dialettica alla critica, implica anche, non troppo indirettamente, ammettere che “una dose di scetticismo” entri nel processo dialettico.

Quasi per “armonia prestabilita” anche lo stesso Hegel si è pronunciato riguardo al “benefico” influsso dello scetticismo:

“La serie delle figurazioni di quello scetticismo che la coscienza in questo itinerario percorre, è piuttosto la storia particolareggiata della *formazione* della coscienza stessa a scienza.[...]Invece, soltanto lo scetticismo rivolgendosi all’intero ambito della coscienza apparente, rende capace lo spirito di esaminare che cosa sia la verità, introducendo a disperare delle così dette rappresentazioni, pensieri e opinioni naturali.”⁷³

Kadvany⁷⁴, riferendosi alla valutazione dello scetticismo da parte di Hegel, mette in luce che Hegel ha considerato differenzialmente l’originario scetticismo pirroniano da quello diffuso dal tardo Rinascimento fino a Hume e Kant. Lo scetticismo pirroniano viene valutato positivamente come un momento indispensabile per la crescita della coscienza (metodo scettico); al contrario, l’altro

⁷³Hegel G.W.F.,(1970) *Die Phaenomenologie des Geistes*, Suhrkamp Verlag, Frankfurt; trad. It, (1960), *Fenomenologia dell Spirito*, La Nuova Italia, Firenze, pp. 70-71

⁷⁴Kadvany J., (2001), *Imre Lakatos and the Guises of Reason*, Duke University Press, Durham

scetticismo, non “favorendo” la dinamica dialettica, è considerato alla stregua di una forma di dogmatismo.

Lo stesso Lakatos inserisce l’uso del “metodo scettico” del processo critico e nell’ “*improvment*” del teorema; e, se per Hegel lo scetticismo (positivo e fecondo) si alimentava dai movimenti della coscienza del soggetto, per Lakatos lo scetticismo si alimenta attraverso lo sviluppo critico della congettura originaria (critica che nella “dialettica fallibilista” di Lakatos svolge “le funzioni in parte svolte dalla coscienza hegeliana”).

Hegel descrive la dialettica come *automovente*, per Lakatos, dal canto suo, qualsiasi “movimento” ha origine da una domanda critica, che richiede risposta. La risposta, sia che si tratti di portare alla luce la coscienza di sfondo implicata nella congettura, sia che porti ad una falsificazione, dal momento che Lakatos decide di “applicare la sua metodologia alla storia” acquisisce anch’essa un *carattere storico*, e non più solo “logico” in funzione della ricostruzione fatta.

Nella MSRP lo stesso nucleo del programma è costituito da una serie di “teorie” che si *strutturano storicamente*; la falsificazione (non più “cruciale”) si struttura nella storia; ovviamente, a questo punto, la critica stessa si struttura nella storia. La *verità*, infine, sembra, sul lungo tratto, più figlia della storia piuttosto che nella teoria scientifica. In questo grande “progetto hegeliano” potrebbe sorgere una domanda: c’è un primo programma di ricerca scientifico (per esempio della fisica) MSRP-1, poi un “metaprogramma” che lo valuta *storicamente*,

chiamiamo questo programma “superiore” MSRP-2; i “metaprogrammi” valutazione storica delle teorie (le varie filosofie della scienza e affini) vengono, sempre in base agli stessi standard, valutati da “ultra-metaprogrammi” sempre più “generali” e potenti: MRSP- 3. Procedendo per questa linea di pensiero, almeno che non si postuli un limite alle valutazioni e generalizzazioni, bisognerebbe supporre la possibilità di programmi MSRP-n che si pongano a spiegazione assoluta. Si porrebbe quindi un problema di regresso all’infinito. Che andrebbe evitato.....Inoltre, le varie metodologie, essendo “storicamente dipendenti”, come possono fungere da strumento per spiegare la storia? E’ possibile trovare una spiegazione seguendo questa via?

L’originalità e la pregnanza della filosofia di Lakatos sono indiscusse; ma anche le critiche di Feyerabend riguardo alla “solidità” degli standard proposti non sono immotivate.....

Traspare, comunque, che più “procede l’ideale regolativo hegeliano”, più la filosofia di Lakatos mostra “le carenze di base” precedentemente illustrate. Aspetto che sicuramente a Feyerabend non era sfuggito quando criticava l’amico Imre.

Anche questi problemi, forse, avrebbero potuto trovar soluzione nella *Changing Logic of Scientific Discovery*...

TESTING LAKATOS

Seguendo l'ordine delle pubblicazioni di Lakatos potrebbe sorgere una domanda: ma il modello di crescita della scienza proposto nella MSRP, si applica anche alla matematica? La domanda è più che legittima visto che tutti gli esempi proposti da Lakatos nella MSRP concernono la fisica e, sembra, che dopo *Proofs and Refutations* Lakatos abbia “accantonato” il discorso sulla filosofia della matematica.

In effetti, Lakatos aveva in programma di riprendere il discorso inerente la filosofia della matematica alla luce della MSRP, ma , purtroppo, la morte prematura gli ha impedito di realizzare tale progetto. Critici successivi, per esempio Giorello⁷⁵, hanno ripreso l'argomento, cercando di mostrare come la MSRP sia applicabile alle scienze matematiche e come il *nucleo metafisico del programma* sia leggibile come un '*nucleo matematico*' piuttosto che come dei semplici asserti metafisici, come suggerito inizialmente da Lakatos.

Prima di affrontare l'argomento cercheremo di chiarire un concetto che emerge da *Proofs and Refutations* ma che nel saggio in

⁷⁵ Giorello G., (1980), 'Intuition and Rigor: Some Problems of a «Logic of Discovery» in Mathematics, in Dalla Chiara M.L. (ed), *Italian Studies in the Philosophy of Science*, Riedel Publishing Company, Dordrecht

questione non trova molti “appigli” di spiegazione: il concetto in questione è quello di *quasi-empirismo* della matematica.

La questione potrebbe essere valutata da più versanti....

Potremmo cercare di intendere il termine *empirico* ed il relativo concetto di *esperienza* facendo riferimento al “background” hegeliano-dialettico di Lakatos. Questa interpretazione, purtroppo, in considerazione delle scarse conoscenze di Lakatos della dialettica hegeliana, e della filosofia di Hegel, sembra non essere molto coerente con il pensiero di Lakatos. Hegel, quando parla di esperienza, fa *sempre* riferimento ad un soggetto, attivo, che conosce ed è immerso nel processo dialettico; Lakatos non ha mai parlato in tali termini del processo conoscitivo, né, tantomeno, ha usato questa concezione della dialettica.

Questo non vuol dire che tale prospettiva (interpretare l’esperienza matematica alla luce del concetto di esperienza della dialettica hegeliana⁷⁶) non possa rivelarsi un fecondo filone di studio, ma solo che tale prospettiva non appartiene a Lakatos.

Un’altra possibile interpretazione di *quasi-empirico* potrebbe essere suggerita, all’interno di *Proofs and Refutations*, dall’accostare il concetto di alienato con quello di quasi-empirico.

“But mathematical activity produces mathematics. Mathematics, this product of human activity ‘alienates itself’ from the human activity which has been producing it. It becomes a living growing

⁷⁶ Per un tentativo in tal senso: Toth I., (1987), ‘Mathematische Philosophie und hegelische Dialektik’, in Petry (ed), *Hegel un die Naturwissenschaften*, Frohmann-Holzbug Verlag, Stuttgart

organism that *acquires a certain autonomy* from the activity which has produced it....”⁷⁷

Da questo punto di vista l'autonomia successiva all'alienazione, creerebbe “*l'oggetto matematico*”, distinto dall'attività di fare matematica, e, come tale questo oggetto potrebbe essere considerato alla stregua di altri oggetti empirici. Rimane però da chiarire: a cosa si riferisce il *quasi...*, a quella *certa autonomia* dal processo dialettico? Se si chiarisce il concetto di empirico in questo senso (empirico = alienato) rimane però lacunoso il concetto di *quasi empirico*, ed è proprio quello che si vorrebbe chiarire....

Pare che questa interpretazione suggerita da Lakatos in *Proofs* non sia però molto efficace....

Un'altra soluzione potrebbe essere quella di cercare aiuto nella letteratura critica ed in altri scritti di Lakatos. Questa via sembra dare migliori frutti....

David Corfield in una nota riporta:

“Donald Gillies informs me that after his escape from Hungary to England, Lakatos made a careful study of Russell's writings and there that he found the concept of 'quasi-empiricism'.”⁷⁸

⁷⁷ Lakatos I., (1976), *Proofs and Refutations*, Cambridge University Press, Cambridge, pp. 146

⁷⁸ Corfield D., (1997), ‘Assaying Lakatos's Philosophy of Mathematics’, *Studies in the History and Philosophy of Science*, vol. 28, n°1, pp.108

Il suggerimento di Corfield risulta prezioso, infatti Gillies⁷⁹ riporta che Lakatos, dopo il suo arrivo a Cambridge, ebbe come supervisore della propria tesi di dottorato il Prof. Braithwaite, il quale gli consigliò di studiare attentamente gli scritti di Russell. Lakatos seguì questo consiglio e da qui sviluppò il termine di *quasi empirico* per definire la propria visione della matematica. Non è propriamente corretto dire che tale termine venne preso da Russell, come se Lakatos lo avesse “copiato” tale e quale dagli scritti di Russell; piuttosto risulta più puntuale dire che, seguendo lo stimolo delle riflessioni di Russell (con relativo vocabolario) Lakatos, per distinguersi dal noto concetto di empirico (degli empiristi e induttivisti), sviluppò il proprio di *quasi empirico*.

Ma cerchiamo di ricostruire il percorso di Lakatos. Questo, può essere anche rintracciato in due scritti dei primi anni sessanta (contemporanei a *Proofs and Refutations*): uno è *Regresso, infinito e fondamenti della matematica*, l'altro *C'è una rinascita dell'empirismo nella recente filosofia della matematica*.⁸⁰

Il ragionamento di Lakatos si struttura inizialmente facendo un'analisi dei due modelli di conoscenza “più in voga” nella filosofia della matematica e della scienza: quello deduttivo ed euclideo, e quello induttivo ed empirico.

⁷⁹ Comunicazione personale via e-mail del Prof. Donald Gillies

⁸⁰ Lakatos I., (1978), *Mathematics, Science and Epistemology. Philosophical Papers Volume II*, Cambridge University Press, Cambridge; trad. It. (1985), *Matematica, scienza ed epistemologia. Scritti filosofici*, Vol II, Il Saggiatore, Milano

Iniziamo da quello euclideo. Come già accennato nelle parti precedenti Lakatos non ne condivide l'impostazione, e non ha nessuna simpatia per la prospettiva di Frege, Russell e poi Hilbert. Questo il giudizio di Lakatos:

“ Dico un sistema deduttivo se è una «*teoria euclidea*» e se le proposizioni in cima al sistema (*assiomi*) sono costituite da termini perfettamente noti (*termini primitivi*) e se vi sono *immissioni infallibili di valore e di verità*, sempre in cima, del valore i verità *Vero*, che scorre verso il basso lungo i canali deduttivi della trasmissione della verità (*dimostrazioni*) e inonda l'intero sistema.”⁸¹

Non approfondiamo qui la posizione di Lakatos nei confronti del metodo assiomatico e le relative filosofie di Frege, Russell e Hilbert.

Ciò che è importante, per seguire le motivazioni di Lakatos nella scelta del termine *quasi empirico*, è la direzione che segue il valore della verità nei sistemi deduttivi: dall'alto verso il basso; dagli assiomi e dalle regole verso le ultime deduzioni.

Questo sistema deduttivo, o euclideo, è giudicato, però, non valido da Lakatos per descrivere il *vero* sviluppo della matematica.

Il sistema “concorrente” è quello empirico:

“Dico che un sistema deduttivo è una «*teoria empirista*» se le proposizioni in fondo al sistema (*asserzioni base*) sono costituite

⁸¹ *Ibidem*, pp. 17

da termini perfettamente noti (*termini empirici*) ed è possibile un'*immissione infallibile del valore di verità*, sempre in fondo, tale che, se il valore di verità è il *Falso*, esso scorre verso l'alto lungo i canali deduttivi (*spiegazioni*) e inonda l'intero sistema."⁸²

Differentemente che nei sistemi euclidei, qui, lo scorrere del valore di verità, *falso* in questo caso, ha un percorso inverso: dal basso verso l'alto.

Non a caso, in *Proofs and Refutations*, tutti gli elementi che imponevano dei rimodellamenti della congettura originaria (monster-barring, ecc...) venivano inseriti "*dal basso*" quasi si trattasse di asserti empirici. Sotto la spina di queste "immissioni", dal basso verso l'alto, veniva modificata la formulazione della congettura che doveva descrivere i "fatti matematici considerati".

Così in *Proofs and Refutations*:

"I call this criterion the *Principle of Retrasmission of Falsity* because it demands that global counterexamples are also local: falsehood should be retrasmited from the naïve conjecture to the lemmas, from the consequent of the theorem to its antecedent....The Principle of Retrasmission of Falsity is therefore a *regulative principle* for proof-analysis *in statu nascendi*.." ⁸³

⁸² *Ibidem*, pp. 17

, pp.47-48

Quindi, riassumendo, l'aspetto *empirico* si riferisce al fluire del valore di verità (o nel caso fallibilista della falsità) dal basso verso l'alto.

Ma Lakatos ci dice anche che non si tratta di un empirismo, ma di un *quasi-empirismo*; a cosa si riferisce questo 'quasi'?

Sia la prospettiva euclidea, che quella ingenuamente empirista e induttivista, falliscono in quanto non riescono ad arrestare le critiche scettiche che fanno uso del regresso all'infinito. La filosofia di Popper, differentemente, ha mostrato come bloccare le critiche che fanno uso del regresso all'infinito: non cercare verifiche, ma *falsificazioni*. Non pensare che il sapere abbia una forma statica, ma piuttosto *dinamica e congetturale*. E' evidente, alla luce dell'analisi della filosofia di Lakatos precedentemente fatta, che questo *quasi*, non può riferirsi ad altro che all'aspetto congetturale e fallibile del sapere. *Quasi empirico*, quindi, si riferisce all'immissione della falsificazione dal basso del sistema della conoscenza (monster-barring), falsificazione che fluisce poi verso l'alto, imponendo una riorganizzazione della congettura originaria (negli 'strati superiori').

Così Lakatos:

“Di una teoria euclidea si può dire che è vera; di una teoria quasi-empirica, nel migliore dei casi, che è ben corroborata, ma sempre congetturale. Inoltre in una teoria euclidea le asserzioni di base

vere in «cima» al sistema deduttivo (usualmente delle assiomi) *dimostrano*, per così dire, il resto del sistema; in una teoria quasi-empirica le asserzioni di base (vere) sono spiegate dal resto del sistema [*quindi dal basso – mia aggiunta*] [.....] Lo sviluppo di una teoria quasi empirica è molto diverso. Si parte da problemi seguiti da audaci soluzioni, quindi da severi controlli e confutazioni. I veicoli del progresso sono le speculazioni audaci, la critica, la controversia fra le teorie rivali, gli slittamenti del problema. L'attenzione è sempre focalizzata su confini oscuri. Le parole d'ordine sono «crescita» e «rivoluzioni», non fondamenti e accumulazione di verità eterne”⁸⁴

La matematica risulta quindi *quasi empirica* in quanto, accettando una dinamica congetturale e fallibilista, le “verità” entrano nel sistema dal basso e “scorrono” verso l’alto. A sostegno di questa visione di Lakatos, e a confutazione del programma assiomatico, formale, hilbertiano, vengono ricordati i risultati di Goedel che impongono una ristrutturazione del programma e, ribadiscono, nella prospettiva di Lakatos, il carattere quasi-empirico della matematica.

Questa lettura dell’espressione *quasi empirico*, oltre che dagli scritti di Lakatos, è supportata anche dagli articoli critici di Ernst⁸⁵

⁸⁴ Lakatos I., (1976), *Proofs and Refutations*, Cambridge University Press, Cambridge, pp. 58
10 *Ibidme*, pp. 47-48

⁸⁵ Ernst P., (1997), ‘The Legacy of Lakatos : Reconceptualizing Philosophy of Mathematics’, *Philosophia Mathematica* (3), vol. 5, pp. 135-152

e Glas⁸⁶, anche se entrambi non mettono in luce il legame con la filosofia di Russell.

Già Pólya aveva messo in luce l'esistenza, e l'importanza, di metodi "induttivi" all'interno del ragionamento matematico; è però importante fare una distinzione rispetto alla filosofia di Lakatos. Pólya quando parla di induzione ed euristica lo fa sempre nel contesto di conoscenze già acquisite e codificate, il suo ambito è quello della didattica, e il suo "pubblico" è quello degli insegnanti che dovrebbero aiutare gli studenti ad acquisire un'immagine meno "assiomatica" della materia. Indubbiamente l'influenza di Pólya su Lakatos è notevole, non bisogna dimenticare che Lakatos, nel tempo passato in Ungheria, era un responsabile del Ministero dell'Educazione ungherese e, quindi, impegnato in prima persona nel miglioramento della didattica delle scuole.

Pólya sicuramente è stato uno stimolo per la riflessione di Lakatos, ma lo "spessore" dell'euristica in Lakatos ha ben altro valore.

E' vero che da *Proofs and Refutations* alla MSRP c'è stata un'evoluzione del ruolo dell'euristica; prima più generale, poi si parla di un'euristica relativa ad ogni singolo programma di ricerca.

Ma bisogna mettere in luce un altro fattore (a differenza di Pólya): l'euristica per Lakatos è una spinta allo sviluppo di nuove conoscenze, fa crescere la conoscenza, i problemi che pone vanno

⁸⁶ Glas E., (2001), "The Popperian Programme and Mathematics. Part II: From Quasi-Empiricism to Mathematical Research Programmes.", *Studies in the History and Philosophy of Science*, vol 32, n°2, pp. 335-376

oltre il noto; per usare un'immagine dal *Sofista* di Platone, è come se fosse la rete, che gettata nel mare permette al pescatore di pescare dei nuovi pesci. Senza la rete la pesca sarebbe misera, come senza l'euristica la conoscenza non avrebbe accrescimenti. Un'altra immagine potrebbe essere quella della scoperta della foresta vergine da conquistare (tipo esploratori dell' Ottocento) usata da Robert Langlands in un'intervista con Stéphane Durant:

“Qu'est-ce qui vous fascine le plus dans les mathématiques: l'abstraction, les structures sous-jacentes, les résultats surprenants, la rigueur. . . ?

Ce n'est pas la rigueur. La rigueur, c'est quelque chose qui s'impose. On fait des démonstrations rigoureuses parce que c'est nécessaire. Ce que j'aime, c'est le cote romantique des mathématiques. Il y a des problèmes, même de grands problèmes, que personne ne sait aborder. On tente alors de trouver un sentier quimene au sommet ou qui permet de s'en approcher. Il y a une comparaison que j'aime bien. Parmi mes héros se trouve Cavelier de La Salle qui avait comme ambition de conquérir tout un continent. Il avait des plans d'exploration, mais personne ne l'a écouté. Il a quand même fait de grandes découvertes. J'aime avoir l'impression d'être devant un continent vierge. J'aime les problèmes dont la solution exige des théories inédites et insoupçonnées. En d'autres termes, j'aime les mathématiques qui font rêver. Mais faute de grande théorie, j'aime aussi au besoin simplement faire des calculs ou manipuler des formules. »⁸⁷

⁸⁷ Langlands R., (2000), 'Un explorateur de l'abstrait', scaricabile dall'home page del Prof. Langlands sul sito www.ias.edu

Langlands non è l'unico matematico con opinioni a "sostegno", o almeno in parte affini, nei tratti più generali, della prospettiva di Lakatos.

Così si esprime, per esempio, Armand Borel:

"One should not imagine that mathematician operates entirely logically and systematically. He often gropes about the dark, not knowing whether he should attempt to prove or disprove a certain proposition, and essential ideas often occur to him quite unexpectedly, without even be able to see a clear and logical path leading to them from earlier considerations."⁸⁸

Ancora Borel sul "potere euristico" della matematica:

"Indeed, mathematics displays a coherence which I feel is much greater than in art. As a testimony to this, note that the same theorem is often proved independently by mathematicians living in widely separated locations, or that a considerable number of papers have two, sometimes more, authors. It can also happens that parts of mathematics which were developed completely independently of one another suddenly demonstrate deep-lying connections under the impact of new insights."⁸⁹

⁸⁸ Borel A., (1983), "Mathematics: Art and Science", *The Mathematical Intelligencer*, vol 5, n°4, pp. 9-17

⁸⁹ *Ibidem*

Sempre Borel, più avanti, sul lato fallibilista della matematica:

“I would actually maintain that mathematics not only has a theoretical side, but also an experimental one. The former is clear: We strive for general theorems, principles, proofs and methods. That is the theory. But at the beginning one often has no idea of what to expect, and how to continue, and one gains understanding and intuition through experimentation, that is, through the study of special cases. First, he hopes to be led in this way a sensible conjecture, and second, perhaps to stumble upon an idea that will lead to a general proof...That is the experimental side. The fact that we operate with intellectual objects more than with real objects and laboratory equipment is no important.”⁹⁰

Interessante è anche la posizione di Atiyah che privilegia, nel proprio lavoro di matematico, il lato della comprensione del problema (nel contesto di Lakatos potrebbe essere ‘l’improvement’) rispetto alla fase di assiomatizzazione della prova. Così Atiyah in un’intervista a *Mathematical Intelligencer*:

“QUESTION: When you’re working do you know if a result is true even if you don’t have a proof?”

ATIYAH: To answer this question I should first point out that I don’t work by trying to solve problems. If I’m interested in some topic then I just try to understand it; I just go on thinking about it

⁹⁰ *Ibidem*

and trying to dig down deeper and deeper. If I understand it, then I know what is right and what is not right.Broadly speaking, once you really feel that you understand something and you have enough experience with that type of question through lots of examples and through connections with other things, you get a feeling that is going on and what ought to be right. And then the question is: How do you actually prove it? That may take a lot of time.....I don't pay very much attention to the importance of proofs. I think is more important understanding....Well, a proof is important to check on your understanding. I may think to understand, but the proof is the check that I have understood, that's all. It is the last stage in the operation – an ultimate check- but it isn't the primary thing of all.”⁹¹

Al di là di queste affinità fra la visione di Lakatos e le idee di alcuni, importanti, matematici è anche importante mettere in luce i limiti della proposta filosofica di Lakatos.

In primo luogo la prima obiezione che si può portare alla filosofia della matematica di Lakatos, è che il caso da lui scelto (la Congettura di Eulero) rappresenta un aspetto marginale della matematica del XIX°^o, e nessun altro teorema ha un comportamento simile. Inoltre la ricostruzione fatta da Lakatos, ad una più attenta analisi, risulterebbe ricostruita ad hoc, cioè in funzione delle idee filosofico-didattiche di Lakatos. Ma questa “piccola distorsione

⁹¹Atiyah M., (1984), “An Interview with Michael Atiyah”, *The Mathematical Intelligence*, vol. 6, n°1, pp 9-19

storica” non sarebbe poi così grave se interpretata nel contesto della ricostruzione razionale, e filosofica, della storia della matematica; più appariscente, invece, è il giudizio pregiudiziale dato al metodo assiomatico. Critici come Corfield hanno messo in luce, che tale prospettiva limita di molto le possibilità esplicative (di ricostruzione razionale) della metodologia di Lakatos. Ma seguiamo con ordine questi “appunti” al pensiero di Lakatos.

In primo luogo sorge una domanda: la metodologia di Lakatos, si applica anche alla matematica contemporanea? Questo è un aspetto interessante, che tra l’altro Lakatos ha lasciato completamente in sospeso, visto e considerato che tutti gli esempi, o quasi, riguardano gli sviluppi della matematica nella seconda metà dell’Ottocento, e, da allora è indubbio che gli sviluppi sono stati notevoli. Lakatos, visto e considerato che proveniva da studi di matematica, avrebbe per un attimo potuto abbandonare i fini didattici, e illuminare i lettori sulle effettive potenzialità della propria metodologia cercando di proporre degli esempi più “contemporanei” e non solo “passati”.

Lakatos, nel suo tentativo di spiegare la “matematica informale” sembra essersi dimenticato del resto della matematica.

Si potrebbe obiettare che, effettivamente, il metodo proposto da *Proofs and Refutations* è inadeguato all’analisi della matematica, ma, se si preferisce utilizzare la MSRP si può fare affidamento su uno strumento più completo e flessibile. Ciò è vero, comunque,

però, anche in questo caso, alcune critiche permangono. Vedremo meglio nel prosieguo del capitolo.

Sempre Corfield⁹², per esempio, suggerisce che un interessante terreno di prova per la filosofia di Lakatos potrebbe essere la Teoria delle Categorie (che fra l'altro si è sviluppata quando Lakatos era ancora vivo); Lakatos, seguendo le critiche di Corfield, avrebbe potuto così cogliere il ruolo essenziale svolto dal processo di assiomatizzazione nella crescita di una teoria (andando oltre il proprio pregiudizio nei confronti del metodo assiomatico):

“Lakatos missed one of the essential roles of axiomatization as Keisler and MacIntyre intimate: ‘The use of axiomatic analysis as a proof strategy does not seem to be well known to people writing on heuristic, like Polya, nor to those in the education business’. They see its significance less for the greater generality of the theorem proved or any idea of greater *precision*, but more as a ‘strategy both for finding and remembering proofs’. A similar view is voiced by Eilemberg and Steenrod: ‘The great gain of an axiomatic treatment lies in the simplification obtained in proofs or theorems. Proofs based directly on the axioms are usually simple and conceptual..successful axiomatization in the past have led invariably to new techniques of proof. The present system is no exception.’. Axiomatization has not hindered but aided the creativeness of the best modern mathematics by helping to disentangle theories from the contingent circumstances in which they were discovered....Axiomatization facilitates interaction

⁹² Corfield D., (1997), “Assaying Lakatos’ Philosophy of Mathematics”, *Studies in the History and Philosophy of Science*, vol 8, n°1, pp. 99-121

between apparently different areas of mathematics, an essential feature of this century, and helped to overcome the compartmentalization of earlier centuries.”⁹³

Il pregiudizio di Lakatos nei confronti dell’assiomatizzazione della matematica è lampante soprattutto se si considera un altro aspetto: spesso, come più volte espresso dallo stesso Lakatos, un programma di ricerca richiede molti anni (se non generazioni) per attuarsi completamente, si può supporre che ogni generazione di matematici, o di ricercatori, debba apprendere i risultati ottenuti nel passato. Questo apprendimento, forse, sarebbe più semplice, e magari veloce, dallo standard comunicativo del metodo assiomatico, piuttosto che dalle tortuose vie della dialettica; vista in questa prospettiva la questione dell’assiomatica arricchisce la conoscenza, piuttosto che semplicemente completarla, come proposto in *Proofs and Refutations*. Lakatos avrebbe potuto cogliere un tale suggerimento considerando con maggiore “bontà” gli scritti di Kuhn!

In *Proofs and Refutations* Lakatos si dice che il processo di formalizzazione avviene solo alla fine della scoperta matematica; ma è proprio così?

Sorgono dei dubbi se si fanno un paio di riflessioni. In primo luogo il contesto della classe degli studenti descritta da Lakatos (che ricorda molto il contesto didattico di Pólya) ha ben poche affinità

⁹³ *Ibidem.*, pp113-114

con il lavoro dei matematici professionisti. Certo, come fra l'altro sostenuto da Borel e Atiyah, l'aspetto informale, di comprensione, piuttosto che congetturale, ha grande importanza; ma la cosa non si ferma qui.

Sempre Corfield sottolinea l'utilizzo, anche nella pratica della matematica, di tecniche e idee prese dal calcolo delle probabilità; tale aspetto non doveva essere ignorato da Lakatos, anche in considerazione del fatto che giunse in a Cambridge per un progetto di dottorato sul calcolo delle probabilità. Lakatos ha considerato marginali tali aspetti, rilegandoli nella gestione dei modelli nella MSRP, e non certo costituivi della crescita della conoscenza.

Nella pratica matematica, durante il secolo scorso, si è imposto sempre più l'uso del calcolatore elettronico nel lavoro dei matematici.

Chiaramente i calcolatori non funzionano, almeno per il momento, in base alla dinamica dialettica di *Proofs and Refutations*, ma lavorano in base a precise regole, "assiomi" (o come li si voglia chiamare), e tecniche deduttive. Anche i programmi più sofisticati come Mathematica della Wolfram Research, che permettono ai ricercatori di scrivere programmi ad hoc per risolvere ogni loro problema, comunque non "trascendono i limiti della scienza informatica", e in ogni caso tali programmi devono attenersi a degli standard operativi ben precisi.

Ovviamente il computer non può, da solo, dimostrare nulla. Necessita sempre menti ed idee che lo guidano, ma dal momento

che si è imposto come utile strumento, e parte integrante della pratica effettiva della matematica non può essere eliminato frettolosamente dal discorso.

Concediamo a Lakatos, per una sorta di principio di carità, “l’ignoranza” sull’uso della probabilità e sull’informatica.....ma, come la mettiamo con la geometria? O meglio, con la geometria di Mandelbrot? (La materia dovrebbe essere ‘simpatica’ a Lakatos visto che per *Proofs and Refutations* ha scelto un esempio a ‘borderline’ fra geometria e topologia!) Inoltre Mandelbrot, non essendo proprio in affinità con la scuola bourbakista, non aveva le stesse ambizioni di “assiomatizzatore”... Lakatos non ha mai preso in considerazione il lavoro di Mandelbrot, per cui considerando che i maggiori risultati li ha avuti dal 1958 quando si trasferì a lavorare per l’IBM, e che questi risultati furono ottenuti grazie l’ausilio del computer, ne consegue che si applica l’osservazione fatta all’uso del computer nelle righe precedenti. Se poi un “rendivivo Lakatos” dovesse obiettare che non vi è stata una crescita della conoscenza in seguito allo sviluppo della teoria dei frattali, allora, forse, sarebbe il caso di cedere la risposta ai milioni di malati trapiantati di fegato che sono vivi grazie all’uso della geometria dei frattali nella lobotomia dell’organo in questione!

Corfield⁹⁴ mette in luce un altro aspetto della filosofia matematica di Lakatos: l’assenza di significativi riferimenti al ruolo euristico

⁹⁴ Corfield D., (2001), “Argumentation and the Mathematical Process”; in Kamps G., Kvaz L., Stoeltzner M. (eds), (2001), *Appraising Lakatos. Mathematics, Methodology and the Man*, Kluwer, Dordrech

dell'analogia nel ragionamento matematico. Eppure, lo stesso Lakatos, nel proporre agli studenti di *Proofs and Refutations* la ricerca di un "nuovo" teorema, fa di fatto uso di un ragionamento per analogia; così come esiste un rapporto fra lati e angoli tra i poligoni, allora, analogamente, dovrebbe sussistere un simile rapporto fra lati, facce e vertici fra i poliedri. Al di là di questo appunto resta comunque il fatto che i matematici, nel loro lavoro "informale", fanno spesso uso di ragionamenti per analogia e, nonostante tutta l'attenzione ai processi di "concept-stretching", Lakatos non ha mai affrontato "di petto" la questione. E' interessante, per esempio un'annotazione di Larvor⁹⁵:

"Most modern mathematics is structured into research programmes with axioms as their hard cores."

Considerazione che non è stata per nulla "intuita" da Lakatos (troppo occupato a fare guerra ai formalisti e ai logici).

Alla luce di queste critiche non sarebbe infondata una domanda: la filosofia proposta da Lakatos quanto è efficace per valutare la pratica effettiva della matematica, e soprattutto la matematica contemporanea?

Il modello proposto da *Proofs* forse è insufficiente per dare una spiegazione efficace, ma per quello che riguarda la MSRP?

Ecco che si ritorna alla domanda con cui era iniziato il capitolo.

⁹⁵ Larvor B., (1997), "Lakatos as Historian", *Philosophia Mathematica*, vol.5, n°1, pp. 42-64

Considerando le osservazioni condotte in questo capitolo si impone una valutazione della MSRP diversa da quella proposta da Lakatos; forse, sarebbe più corretto considerare la Metodologia di Lakatos non come un criterio di valutazione fisso e immutabile, ma, come uno *strumento* un “*tool-kit*” da adattare (non in modo arbitrario e ad hoc) ai contenuti da analizzare. Le linee guida della MSRP restano ferme, ma si guadagna la flessibilità e la possibilità, magari, di riuscire a dare delle spiegazioni migliori. Questa prospettiva è condivisa da più autori: Giorello:

“As an absolute scheme, this distinction, in our opinion, leads to considerable difficulties. However, if it is assumed as a working hypothesis, in a flexible, non schematic way, it will allow us to characterize assertions such as those of type (c) in our example as at once ‘methaphysical or auxiliary’ according to our interests in the reconstruction of the research program.”⁹⁶

e Larvor:

“This example simultaneously shows the inadequacy of the research program picture as a general model and its usefulness as a conceptual tool-kit”⁹⁷

⁹⁶ Giorello G., (1980), ‘Intuition and Rigor: Some Problems of a «Logic of Discovery» in Mathematics, in Dalla Chiara M.L. (ed), *Italian Studies in the Philosophy of Science*, Riedel Publishing Company, Dordrecht

⁹⁷ Larvor B., (1997), “Lakatos as Historian”, *Philosophia Mathematica*, vol.5, n°1, pp. 42-64

Accettando il suggerimento di guardare alla MSRP in un modo meno ortodosso vediamo come i concetti proposti da Lakatos, e rivisti alla luce delle critiche emerse, possano proporsi come strumenti efficaci per spiegare un momento della storia della matematica.

Un piccolo appunto sulle righe che seguono. Lakatos è stato aspramente criticato per aver scelto un esempio marginale, e tutto sommato di scarso spessore per gli sviluppi successivi della matematica; la critica, visti gli studi da cui Lakatos proveniva era più che fondata. La necessità di “testare” la MSRP su “altre parti” della matematica permane. Corfield, ed altri, si chiedono quanto di Lakatos sia “usabile” per la matematica del XX secolo; ma si impone anche un’altra domanda, di conseguenza. La domanda è: ma quali competenze sono necessarie per svolgere una tale indagine? E’ ovvio che il back-ground filosofico si rivela insufficiente; ma anche quello matematico rivela lacune, da solo. Evidentemente si impone la necessità di entrambi per “divincolare la complessa, e inesplorata materia”. Anche una puntuale e precisa ricostruzione razionale (non ad hoc) richiede tali competenze; per questo motivo, nelle pagine che seguono, non si ambisce ad una esaustiva e completa trattazione dell’argomento (teoria dei gruppi da Galois e i suoi sviluppi), ma piuttosto ad accostare dei punti chiave del percorso matematico con la proposta della MSRP nella “versione debole” alla luce dei limiti emersi in Lakatos.

Un buon punto d'inizio può essere il “controllare” come la materia viene presentata in uno dei più noti manuali di algebra del Novecento, quello di Bartel van der Waerden, per esempio, sul quale milioni di studenti in tutto il mondo, hanno appreso la materia:

“2.1- THE CONCEPT OF A GROUP

Definition: A nonempty set of G of any sort of elements (such as number, mappings, transformations) is said to be a *group* if the following for postulates are fulfilled.

1. The *rule of combinations* is given which associates every pair of elements a, b of G third element of the same set, which most frequently is called a *product* of a and b and which is denoted by ab or $a.b$ (the product may depend on the order in which the factors are arranged; ab may not be equal to ba)
2. The *associative law* : If a and b are elements of G , then $ab.c=a.bc$
3. There exist (at least) one element e in G called the (left) *identity* so that $ae= a$ for every element a of G .
4. If a is an element of G there exist at least one element a^{-1} ⁹⁸ in G called the (left) *inverse* of a so that $a^{-1}a= e$

A group is called *Abelian* if ab is always equal to ba (commutative law).”⁹⁹

⁹⁸ Il simbolo $^{\wedge}$ sta ad indicare l'elevamento a potenza.

⁹⁹ van der Waerden B. L, (1966), *Algebra*, vol. I, Sprienger, New York – Berlin, pp. 12

I concetti che van der Waerden espone in meno di una paginetta, hanno avuto un percorso ben più lungo, e ben altra origine.

Decidiamo di assumere questi concetti *matematici* come primo elemento del *nucleo del programma di ricerca* che andiamo a studiare. Lakatos ci dice che il nucleo del programma non si impone sin dall'inizio nella sua completezza (come per esempio può essere nella fase matura del programma), ma si articola a poco a poco nel tempo. Il nucleo metafisico, nel nostro caso un nucleo matematico, è *history dependent*.

Torniamo in dietro nel tempo e vediamo come è nata questa teoria dei gruppi.

Nei primi decenni dell'Ottocento un importante problema algebrico richiedeva soluzione: dimostrare la risolubilità delle equazioni di quinto grado, e superiori, per mezzo di radicali algebrici.

Insigni matematici si erano impegnati nel compito: tutti con esito negativo. Lagrange, per esempio, pur non riuscendo a risolvere la questione, aveva messo in luce che nelle soluzioni degli altri casi si verificavano delle *permutazioni* tra le radici che risolvevano l'equazione. Ruffini e Abel, indipendentemente, avevano dimostrato l'impossibilità di risolvere, attraverso le tecniche note, le equazioni di quinto grado: non era possibile trovare dei radicali che soddisfacessero l'equazione. Il risultato prende il nome di teorema Ruffini- Abel; e, nello sviluppo del lavoro di Galois ha svolto il ruolo di una specie di euristica negativa, impedendo di

continuare a cercare la soluzione del problema per la via che aveva permesso di risolvere i gradi di equazione inferiore.

Il giovane Galois ha come obiettivo risolvere il problema “più scottante” dell’algebra a lui contemporanea. E ci riesce, ma con un procedimento del tutto nuovo e originale.

Abbandonata la ricerca immediata della radicali Galois prende in considerazione (come suggerito da Lagrange) i rapporti che intercorrono fra i radicali, chiaramente dei gradi di equazione già risolti. Fra questi radicali viene messo in luce che intercorrono dei precisi rapporti, riconducibili al concetto di simmetria, e che tali rapporti, o trasformazioni, non sono casuali, ma descrivibili matematicamente facendo riferimento al concetto di *permutazione*; in questo caso permutazione dei radicali.

Cosa più interessante è che queste radici, in funzione delle equazioni che risolvono, possono essere viste come “un unico insieme”, *il gruppo* appunto, fra i cui elementi sono descrivibili in termini di rapporti matematici. Vediamo come, sempre van der Waerden, introduce in concetto di permutazione:

“PERMUTATIONS

A *permutation* of a set M is a one-to-one mapping of the set M onto itself, that is, a correspondence s in which each element a of M there is an image $s(a)$, and each element of M is the image exactly of one a ”¹⁰⁰.

¹⁰⁰ *Ibidem*, pp. 13

Galois dopo aver “dato alla vita” il concetto di gruppo (il nucleo della nostra ricostruzione, a cui si aggiunge il concetto di permutazione) lo usa per risolvere il problema da cui era partito: la ricerca di radici per le equazioni di quinto grado, e magari anche di grado superiore.

Il tentativo ha successo, non si ricerca però la radice in se stessa, ma il *gruppo che soddisfa quell’equazione*. Cioè quell’insieme di soluzioni, il gruppo appunto, che permutandosi, risolve l’equazione in questione.

Viste in questa nuova prospettiva, le equazioni vengono determinate dal gruppo che le risolve; anche il grado di difficoltà non viene determinato dall’equazione stessa, ma dal gruppo che la risolve: equazioni di grado diverso, ma con lo stesso gruppo di soluzione, si risolvono tutte nello stesso modo.

Galois, con questa strategia, ci da anche uno strumento per discriminare quelle equazioni che possono essere risolvibili per radicali e quelle che non ammettono soluzione.

Per lo sviluppo della teoria i soli concetti di *gruppo* e quello di *permutazioni* erano insufficienti ; era necessario fondare il concetto di gruppo su un dominio numerico adeguato, il concetto rimase “lacunoso” per molti anni. Solo attorno al 1870 Dedekind e Dirichlet si occuparono di fondare la teoria dei gruppi sul concetto di *campo*.

Ma ritorniamo a Galois, una studiosa italiana, Laura Toti-Rigatelli¹⁰¹, si è occupata della ricostruzione storica della teoria dei gruppi nell'Ottocento, ecco come Galois espone la sua teoria:

“Sia data una qualunque equazione, della quale $a, b, c, d...$ sono le m radici. Ci sia sempre un gruppo di permutazioni delle lettere $a, b, c, d...$ che godrà delle seguenti proprietà:

1-ogni funzione delle radici, invariabile per le sostituzioni del gruppo, è razionalmente nota;

2- reciprocamente ogni funzione delle radici, determinabile razionalmente, è invariabile per queste sostituzioni.

[.....] Se si aggiunge ad una data equazione la radice r di un'equazione ausiliaria irriducibile, 1) si avrà uno dei due casi: o il gruppo dell'equazione non sarà cambiato, o si dividerà in gruppi p appartenenti ciascuno all'equazione proposta rispettivamente quando si aggiunge ciascuna delle radici all'equazione ausiliaria; 2) questi gruppi godranno della proprietà notevole, che passerà dall'uno all'altro operando in tutte le permutazioni del primo una stessa sostituzione di lettere”¹⁰²

Questo il giudizio della Toti- Rigatelli:

“La sua straordinaria capacità di intuizione ad esempio porta Galois ad usare in modo assai disinvolto i concetti di sottogruppo,

¹⁰¹ Toti-Rigatelli L., (1988), *La mente algebrica. Storia dello sviluppo della teoria di Galois nel XIX secolo*, Bramante Editore,

¹⁰² *Ibidem.*, pp. 38-39

sottogruppo normale e sottogruppo quoziente, ma per essi, non vi è una terminologia appropriata né una definizione.”¹⁰³

Un punto importante è proprio questo, nonostante la grande innovazione, e l'importanza delle idee di Galois, per la loro “contorta esposizione” non vennero immediatamente accolte dalla comunità matematica; anzi, ci vollero quasi settant'anni per “esaurire” e interpretare i concetti proposti.

In parte questo lungo percorso può essere anche giustificato dalla posizione marginale di Galois rispetto alla comunità matematica (provò più volte a mandare degli scritti a Cauchy, ma senza esito), le poche pubblicazioni non ebbero grande accoglienza e, di certo, la prematura morte dell'autore non giovò. Resta comunque ferma la difficile lettura ed estrema sinteticità degli scritti.

Si può dedurre che il “successo” della teoria di Galois non è da attribuirsi al solo autore, ma anche ai matematici che interpretarono, provarono (in senso di “prova assiomatica”) e divulgarono le sue idee.

Fino alla metà dell'Ottocento il nome di Galois, e relativa teoria, fu quasi sconosciuto; un primo interesse fu quello dimostrato dal matematico italiano Betti.

Questi si interessò a Galois nel contesto del problema della risolubilità delle equazioni algebriche; Betti si occupò di Galois solo a livello di studio personale, e, anche se ne intuì la grande

¹⁰³ *Ibidem*, pp. 41

innovazione, non utilizzò mai tali idee nei propri corsi universitari. Ciò nonostante pubblicò nel 1852 una memoria a riguardo; la Toti-Rigatelli, nella sua analisi, mette in luce il fatto che Betti, “ingannato” dalla lacunosa esposizione di Galois, confonde il concetto di derivazione (importante nella teoria di Betti) con quello di sostituzione proprio di Galois.

“Naturalmente l’uso di tre distinti concetti: disposizione, permutazione, e sostituzione, fa sì che la definizione di gruppo sia ancora più lacunosa e confusa che quella della memoria precedente...Anche Galois aveva usato la stessa espressione nei due diversi significati....La terminologia usata non impedisce però a Galois di fare un chiaro uso dei concetti e di dare definizioni corrette. Betti invece sembra meno consapevole dello scambio...e quantomeno non è chiaro.[....] Va sottolineato che in tutta la memoria Betti usa soltanto un vocabolo gruppo, con il quale indica, oltre che ai gruppi veri e propri anche i sottogruppi.¹⁰⁴

Alla luce di queste constatazioni ci si può porre una domanda: ma tutto il valore dato da Lakatos alla matematica informale, sempre accettando la classificazione degli scritti di Galois nella matematica “informale”, esaurisce veramente e spiega la crescita del sapere in campo matematico? Analizzando la vicenda di Galois, pare proprio che la risposta debba essere negativa. Alle idee di Galois, per quanto innovative e geniali, mancava qualcosa

¹⁰⁴ *Ibidem*, pp. 61-68

per irrompere sulla scena mondiale; forse questo qualcosa era un po' di ordine e di chiarezza.

I primi corsi universitari dedicati alla teoria di Lakatos furono quelli di Kroeneker e Dedekind, il quale scrisse anche delle dispense per i propri studenti che funsero da primi manuali sull'argomento.

Dedekind aveva una conoscenza approfondita dei lavori di Galois, oltre che degli scritti di Betti, e usando un approccio "meno intuitivo" di quello del fondatore riesce a darne una visione più organica e comprensibile.

Ecco come Dedekind definisce il concetto di gruppo:

“ Un complesso G di g distinte sostituzioni si chiama *gruppo di grado g* , se ogni prodotto arbitrario di sostituzioni siano tutte contenute in G è ancora contenuto in G . ”¹⁰⁵

Ma quello che è fondamentale, come mostra l'analisi della Toti-Rigatelli, è che Dedekind nelle sue dispense, riprende tutti i concetti e le definizioni lasciate da Galois a livello intuitivo o sotto la forma di brevi schizzi e, per la prima volta, cerca di darne una definizione, e spiegazione, completa.

In primo luogo Dedekind introduce il concetto di campo, *das Gebiet*, prima in modo più informale, poi con una definizione rigorosa ma soprattutto, usa i concetti che definisce in un modo chiaro e univoco (a differenza di Galois e Betti).

¹⁰⁵ *Ibidem*, pp. 78

“Due grandezze sono dette *adeguate* rispetto ad un ambiente razionale S , se ognuna di esse è rappresentata mediante l'altra e l'ambiente è S . [...] Riconoscere il gruppo di sostituzioni G di un'equazione $f(x)=0$, i fattori irriducibili della medesima; dove naturalmente il gruppo di sostituzioni e il concetto di irriducibilità si riferiscono allo stesso ambiente razionale in S .”¹⁰⁶

E' lampante, rispetto agli autori precedenti, una maggiore chiarezza espositiva, e di concetto, Dedekind fa chiarezza su un altro punto, usato di fatto ma senza spiegazioni sufficienti: quello di ampliamento.

La spiegazione che ne da Dedekind non sarà quella definitiva, per questa bisogna aspettare il lavoro di Jordan, ma se non altro “ si riesce a capire di cosa si parla”:

“La soluzione di una tale arbitraria equazione consiste nell'aggiunzione di una serie di grandezze ausiliarie tali che l'ambiente S ampliato con le medesime contiene in sé tutte le radici dell'equazione data. Si ha la cosiddetta soluzione algebrica, o mediante radicali, se è possibile l'aggiunzione di un numero sufficiente di grandezze ausiliarie che sono definite mediante equazioni nella forma precedentemente descritta...”¹⁰⁷

¹⁰⁶ *Ibidem*, pp 80

¹⁰⁷ *Ibidem*, pp. 82

Dieci anni più tardi, attorno al 1860, anche in Francia si tengono i primi corsi universitari sulla teoria di Galois, e Cayley così definisce il concetto di gruppo:

“Un insieme di simboli $a, b, c, d \dots$ tutti fra loro diversi e tali che il prodotto qualsiasi di due di essi (non importa in quale ordine), o il prodotto di uno qualsiasi di essi per se stesso, appartiene all'insieme che si dice *gruppo*.... L'idea di gruppo applicata a permutazioni e sostituzioni è data da Galois e l'introduzione di essa segna una nuova epoca nel progresso della teoria delle equazioni algebriche.”¹⁰⁸

La cosa di maggior rilevanza in questa definizione di Cayley è il far emergere il concetto di gruppo dalla permutazione dei suoi elementi, (legge di composizione), staccandolo dal contesto primigenio delle equazioni algebriche. Il nucleo metafisico-matematico del programma si sta modificando e, forse, queste modifiche permettono al concetto di tramutarsi in uno “strumento euristico” più versatile.

Ma la vera e fondamentale svolta nella storia della teoria di Galois, avviene principalmente ad opera di Jordan; questi inizialmente si occupava del lavoro di Cauchy e, lavorava alla pubblicazione delle sue opere, quasi per caso “incappò” negli scritti che molti anni prima Galois aveva mandato a Cauchy in attesa di valutazione (che non ci fu). Jordan non ci mise molto a intuire la grande importanza

¹⁰⁸ *Ibidem*, pp. 85

di quei fogli e da quel punto in avanti si dedicò allo studio della teoria dei gruppi. In un primo momento gli studi di Jordan riguardarono la teoria delle equazioni algebriche, poi, meglio compresi i risultati di Galois, alla chiarificazione e formalizzazione della teoria dei gruppi.

In un primo scritto del 1864, la *Memoire sur les groupes des équations résolubles par radicaux*, così Jordan definisce il concetto di gruppo :

“Perché il gruppo L appartenga ad un’equazione risolubile per radicali, è necessario e sufficiente che sia l’ultimo termine di una sequenza di gruppi parziali I, F, G, H ...che gode delle seguenti proprietà: 1) ciascuno di questi gruppi contiene il precedente; 2) le sostituzioni sono scambiabili l’una con l’altra a meno delle sostituzioni del gruppo precedente. 3) tutte le sostituzioni del gruppo L tutte le sostituzioni sono permutabili con esso.”¹⁰⁹

Se in questo primo scritto solo ad una parte delle affermazioni viene correlata la relativa dimostrazione, questo non accade nel *Traité des substitutions et des équations algébriques* che avrà luce qualche anno dopo.

In quest’opera ogni teorema viene rigorosamente dimostrato (secondo il metodo assiomatico) e tali dimostrazioni sono incentrate sul concetto di gruppo; Jordan fissa in modo definitivo il termine risolubile in relazione alla soluzione delle equazioni

¹⁰⁹ *Ibidem*, pp.94

algebriche per mezzo di radicali, da anche delle condizioni di risolubilità. Jordan espone in dettaglio, e dimostrandola, l'intera teoria di Galois (come era nota all'epoca). Diamo un esempio dell'esposizione di Jordan:

“Galois ha dimostrato in una celebre Memoria ...che ogni equazione algebrica è caratterizzata da un certo numero di sostituzioni nel quale si riflettono le proprietà principali: la proposizione capitale che fa dipendere l'intera teoria delle equazioni da quella delle sostituzioni.

Nel seguito della stessa Memoria, Galois passa al caso particolare delle equazioni risolubili per radicali e trova un carattere generale per cui si possono riconoscere i gruppi che corrispondono a simili equazioni. Fatto questo si tratta di partire da questo criterio per costruire esplicitamente questi gruppi. Dopo aver trattato questo nuovo argomento nel caso semplice in cui le equazioni cercate sono di grado primo, Galois ha affrontato il caso molto più difficile in cui questo grado è qualsiasi. Egli ha suddiviso le equazioni irriducibili in due grandi classi quelle che chiama equazioni primitive ed equazioni non primitive; in seguito ha enunciato, riguardo alle prime due teoremi seguenti:

- 1- Il grado di ogni equazione primitiva e risolubile per radicali è una potenza esatta di un numero primo.
- 2- Le sostituzioni del gruppo sono tutte lineari.

Le dimostrazioni di queste due proposizioni sono smarrite, non restano che alcuni brani senza seguito, la cui ricostruzione sembra impossibile.

Le mie attuali ricerche hanno avuto per scopo e per risultato la completa soluzione del problema accennato.

Dopo aver trasformato il criterio di Galois in modo da facilitare l'applicazione, ho ritrovato senza molto sforzo le due proposizioni di Galois alle quali *ho aggiunto* .[corsivo mio] la seguente:

3- Il gruppo di ogni equazione irriducibile non primitiva, risolubile per radicali e di grado m , corrisponde ad una determinata scomposizione del numero m in fattori in cui ciascuna sia potenza di un numero primo. Sia $m = p^n \cdot p'^n \dots$ una di queste scomposizioni, si potranno scrivere immediatamente i gruppi delle equazioni risolubili per radicali e corrispondenti a questa scomposizione non appena si conosceranno i gruppi delle equazioni primitive e risolubili per radicali per ciascuno dei gradi p, p', p'' ecc....”¹¹⁰

Lo scopo di questa lunga citazione è quello di mettere in luce il differente stile espositivo di Jordan, che in più di seicento pagine spiega e dimostra quello che gli “schizzi” Galois spiegavano in nemmeno un centinaio di fogli. Valutando la questione con gli standard di Lakatos bisognerebbe “simpatizzare” per la versione “informale” di Galois e “relegare alla fine” della scoperta l’opera di Jordan. Emerge una domanda: veramente si può spiegare la crescita della matematica successiva al 1870 solo facendo leva su nemmeno un centinaio di paginette, magari scritte anche di fretta, che comunque, per quanto geniali, hanno più aspetti lacunosi che chiari?

La posizione di Lakatos si fa traballante....E traballa ancora di più se si cerca di rispondere alla domanda: da chi lo studente impara

¹¹⁰ *Ibidem*, pp. 96

meglio, da Galois o da Jordan? Ci sono voluti decenni per “districare” gli scritti di Galois, mentre due “studenti” come Felix Klein e Sophus Lie in pochi anni, seguendo il percorso riscritto da Jordan, hanno sviluppato delle idee che hanno riorganizzato gran parte della matematica della loro epoca.

Questa dinamica nella crescita della matematica impone una spiegazione, che purtroppo Lakatos non sa dare; forse il metodo assiomatico, la formalizzazione dei teoremi e i seguenti manuali hanno qualche ruolo nella crescita della conoscenza....

Jordan non si ferma a “spiegare” Galois ma inserisce propri risultati e suggerimenti (che per Klein e Lie risulteranno illuminanti).

Uno di questi aspetti è il teorema Jordan-Hoedler; senza riportarne la dimostrazione formale, è interessante valutare un’aggiunta che fa lo stesso Jordan:

“Questo teorema suggerisce naturalmente l’idea di classificare le equazioni a gruppo composto secondo il numero ed il valore dei fattori di composizione v, v_1, v_2, \dots, v_n ; ma la sequenza dei gruppi G, H, I, \dots può essere determinata in più modi; dunque è assolutamente necessario giustificare questa classificazione, dimostrare che in qualunque modo sia scelta questa sequenza, si troveranno sempre, a meno dell’ordine, gli stessi fattori.”¹¹¹

¹¹¹ *Ibidem*, pp. 99

La teoria dei gruppi che era emersa per risolvere le equazioni algebriche, adesso in questa nuova fase e prospettiva si trasforma in uno strumento per classificare e ordinare le equazioni algebriche.

Jordan suggerisce anche un altro “filone” che può rivelarsi fecondo, spostare l’applicazione del concetto di gruppo dalle equazioni, come, per esempio, alla classificazione dei movimenti (simmetrici) di un corpo solido nello spazio. Così viene “creato un ponte” fra l’idea di simmetria geometrica e concetto di gruppo; e lo stesso Jordan si applica alla classificazione dei gruppi possibili di trasformazioni.

Descartes nel XVII secolo nella sua *Géometrie* aveva “ricomposto” quell’unità che si era rotta molti secoli prima fra enti geometrici e algebrici: dalla *Géometrie* ogni equazione algebrica ha un corrispondente geometrico, così come ogni oggetto geometrico può essere descritto da equazioni algebriche.

Grazie a Galois e Jordan dal contesto delle equazioni ci si è spostato a quello dei gruppi, ma, come si relazionano i gruppi con gli oggetti geometrici? Riescono a descriverli come facevano prima le equazioni?

Ritorniamo al “tool-kit” interpretativo proposto da Lakatos; il nucleo matematico, e metafisico, abbiamo visto che può essere ricondotto agli assiomi della teoria dei gruppi (che hanno subito uno sviluppo storico da Galois a Jordan), l’euristica negativa del programma potrebbe essere individuata nel teorema di Ruffini-

Abel che blocca la ricerca di soluzione delle equazioni di quinto grado per le “vie consuete”, dove è invece possibile rintracciare l’euristica positiva del programma e la sua cintura protettiva?

Inizialmente l’euristica positiva era “attiva” nel ricostruire la teoria algebrica precedente al concetto di gruppo, poi, il nucleo matematico del programma (strutturato in precisi assiomi e teoremi da Jordan) si pone come un potente strumento per spiegare, o inglobare, anche concetti geometrici a prima vista lontani dalla teoria dei gruppi.

L’ideale, metafisico, di una corrispondenza fra enti algebrici e geometrici guiderà questa fase del programma; ma l’ideale metafisico verrà trasformato in una potente teoria matematica da Klein e Lie. Mentre, la cintura protettiva? In questa fase, in cui si riorganizza la geometria in base alla teoria dei gruppi si definisce anche la cintura protettiva del programma che permette, in un unico modello concettuale, di tradurre diverse geometrie come quella euclidea, proiettiva, ellittica o iperbolica.

Klein e Lie iniziano la loro collaborazione attorno al 1870, insieme vanno a Parigi a studiare da Jordan, e da lì in avanti comincerà una proficua collaborazione che, senza ombra di dubbio, darà un nuovo volto alla matematica. In termini “lakatosiani”: una grande crescita della conoscenza.

Si è accennato al fatto che Klein e Lie “ricostruiscono” la geometria intorno al concetto di gruppo, ma quale geometria? La cosa non è scontata visto che pochi anni prima l’assolutezza della

geometria euclidea si era “sciolta come neve al sole” di fronte alle nuove geometrie non euclidee, quella di Bolyai e Loba/evskij, e quella di Riemann. Ma un'altra geometria è fondamentale per il progetto di Klein e Lie: quella proiettiva. Questa “branca” della geometria si occupava principalmente di studiare quelle proprietà delle figure che si mantengono inalterate attraverso la proiezione centrale o proiettiva (la geometria proiettiva è “figlia” delle tecniche geometrico-prospettiche dei pittori del Rinascimento), questo tipo di ricerche aveva portato a ricercare degli strumenti concettuali che permettessero di “staccare” le proprietà della figura da relazioni metriche; le proprietà nella proiezione si conservavano mentre, ovviamente, quelle metriche venivano perse. Questo approccio mise in luce degli elementi *invarianti* che permettevano di organizzare la geometria proiettiva attorno a dei principi primi (assiomi) e dedurre il resto da questi.

Klein e Lie avevano davanti a loro due scienze appena assiomatizzate, la geometria proiettiva e la teoria di Galois, e tre geometrie (euclidea, ellittica e iperbolica) che “richiedevano” una organizzazione in un quadro unitario di geometria. E, con il Programma di Erlangen fecero proprio questo. Klein espose questo programma nel 1872 come discorso introduttivo alla sua nuova carica di professore presso l'Università di Erlangen. Leggiamone alcuni passi per renderci conto del progetto di ricerca, ed euristico, di Klein e Lie:

“ Confrontando le nozioni di geometria ordinaria (elementare) con questo metodo [i metodi della geometria proiettiva- mia aggiunta] ...sorge la questione se esista un principio generale secondo cui ambo i metodi potrebbero organizzarsi [*Klein si riferisce ai metodi della geometria proiettiva e quella metrica*] ...in quanto che la geometria che è unica nella sua sostanza, nel rapido sviluppo a cui andò soggetta negli ultimi tempi si è troppo suddivisa in discipline quasi separate, che vanno progredendo alquanto indipendentemente le une dalle altre.

[.....] Il concetto più essenziale fra quelli necessari per quanto esporremo in seguito è quello di *gruppo* di trasformazioni nello spazio....Ora, se una data serie di trasformazioni gode della proprietà che ogni trasformazione risultante da composizioni di queste appartenga alla serie medesima, chiameremo quest'ultima *gruppo di trasformazioni*.[...] Per analogia con le trasformazioni dello spazio parliamo di trasformazioni delle varietà; anch'esse formano dei *gruppi*. .. E' data una varietà e in questa un gruppo di trasformazioni; studiare le forme appartenenti alla varietà per quanto concerne quelle proprietà che non si alterano nelle trasformazioni del gruppo dato.Questo è un problema generale che comprende in sé, non solo la geometria ordinaria, ma anche e in particolare i nuovi metodi geometrici che dobbiamo qui nominare, e le diverse maniere di trattazione delle varietà comunque estese.”¹¹²

E sempre Klein a riguardo all'uso del concetto di gruppo:

¹¹² Klein F., (2004), *Il programma di Erlangen*, Springer, Milano, pp. 13-17

“Poiché le proprietà geometriche dei corpi rimangono inalterate in tutte le trasformazioni del gruppo principale..[...] Allora la questione è anzitutto questa: Sviluppare le proprietà invariantive, rispetto al gruppo principale fissato, non più dei corpi a sé, ma dal sistema formato da essi e dal punto dato.E’ indifferente studiare le forme dello spazio in relazione al gruppo principale, e aggiungere loro un punto dato, ovvero, senza aggiungere loro nulla di dato, di sostituire al gruppo principale quell’altro in esso contenuto, le cui trasformazioni lasciano inalterato il punto medesimo.”¹¹³

Le linee guida del progetto del Programma di Erlangen sono chiare e, comunque, il progetto non si fermò ai due fondatori, ma continuò con i loro allievi (Engel, Killing, Study, Hurwitz, Weyl) e nell’ambiente delle università tedesche dove, anche grazie all’influenza “politica” di Klein divenne il “motore della ricerca” in ambito accademico.

E’ interessante prendere in considerazione, per esempio, l’interpretazione che Hawkins dà del Programma di Erlangen; Hawkins non lesina meriti ad entrambi i fondatori ma, mette in luce un fattore fondamentale, per circa vent’anni l’esposizione fatta da Klein nel 1972 rimase sconosciuta, o quasi. Ma in quegli anni la loro ricerca ebbe fecondi sviluppi e coinvolse altri matematici, Engel, Killing e Study per esempio, questo perché il vero elemento trainante del programma era il lavoro di Lie sulla teoria dei gruppi.

¹¹³ *Ibidem.* pp. 18-19

Constatazione che “verifica” la congettura che il nucleo del programma non sia solo metafisico, ma soprattutto matematico, e che come tale abbia avuto uno sviluppo “diverso”, e una diversa influenza rispetto alle idee programmatiche di Klein.

“The *Erlanger Programme* remained largely unknown during the twenty years following his publication in 1872. During this period several mathematicians – Poincaré, Wilhelm Killing, and Eduard Study arrived independently at similar ideas, and their work had a definitive impact and subsequent developments. It’s possible to extricate the influence of *Erlanger Programm* from the influence of the school of mathematics that Lie founded in Leipzig with a branch, to speak, in Paris....However Lie’s school were involved in mathematically in more substantial way than *Erlanger Programm* in fostering the development of its ideas and bringing at the trend toward a structural thinking that has come to characterize 20-th century mathematics.”¹¹⁴

Quindi, alla luce della ricostruzione di Hawkins, si può parlare di diretta influenza del Programma di Erlangen solo per la seconda generazione di studiosi che vi contribuirono; per i primi, la “guida” fu il lavoro di Lie.

Come già delineato in precedenza questa non ha voluto in nessun modo essere una ricostruzione di tutto il percorso da Galois a Lie; ma piuttosto un’esposizione *informale* di alcune idee che

¹¹⁴ Hawkins T., (1984), “The *Erlanger Programm* of Felix Klein,. Reflection on its Place in the History of Mathematics.”, *Historia Mathematica*, 11, pp. 442-470

suggeriscono alcune riflessioni nell'ottica della filosofia di Lakatos.

Riesce Lakatos a spiegare veramente lo sviluppo di una teoria matematica? No, nella versione originaria della MSRP; mentre le probabilità aumentano considerandola un "tool-kit" d'indagine.

In primo luogo, l'idea di un nucleo metafisico, in questo caso anche matematico, che si struttura nel tempo, sicuramente è da valutare positivamente. Come anche la riflessione sull'euristica positiva e negativa. Euristica positiva che, per esempio nel caso di Erlangen, è spinta da una teoria matematica che deve espandersi in nuovi ambiti (teoria dei gruppi da "applicare" agli enti geometrici). Sorgono dubbi invece sulla valutazione che Lakatos dà del metodo assiomatico; già le critiche di Corfield avevano mostrato la fragilità della posizione di Lakatos. Ma se si considererà il ruolo fondamentale dell'opera di Jordan, il pregiudizio di Lakatos gli "toglie" la possibilità di spiegare, di fatto, lo sviluppo dei programmi di ricerca in matematica.

In *Proofs and Refutations* Lakatos aveva "accantonato" lo sviluppo formale di una teoria come *ultima* fase della sua evoluzione; tutta la dinamica della crescita della conoscenza era incentrata sulla gestione del momento di "monster-barring" - antitesi, se si vuole usare un termine Lakatos-hegeliano, o per sè, come piacerebbe a Hegel. Lakatos non ha mai pensato di accostare la fase di antitesi con quella formale-assiomatica; questo gli avrebbe consentito,

sempre rimanendo nella sua ottica dialettica, di dare delle spiegazioni un po' migliori. Vediamo perché e come.

L'antitesi, o il per sé, dovrebbe essere il momento, che imponendo una "negazione" del momento precedente, innesta quel processo dinamico, e creativo, il motore della dialettica lo potrebbe definire Hegel. La formalizzazione assiomatica può essere vista come antitesi del momento informale o nativo di una teoria (e questo lo ha già detto Lakatos), ma nel contesto della dialettica il per sé, o antitesi, impone sempre uno sviluppo successivo che *arricchisce* i momenti precedenti: ciò permetterebbe di considerare l'elaborazione assiomatica della teoria, non come un punto d'arrivo, ma come una parte integrante dello sviluppo della teoria stessa e, di conseguenza, integrante del processo dialettico che sta tanto a cuore a Lakatos.

Grossolanamente "applicata" a quanto sopra esposto : tesi, la teoria informale di Galois; antitesi, l'elaborazione formale di Jordan e come sintesi lo sviluppo del Programma di Erlangen.

Lakatos purtroppo non ha visto questa prospettiva, che emerge nel considerare la filosofia di Lakatos come uno strumento flessibile da elaborare per cercare di dare migliori spiegazioni della storia di una teoria scientifica o matematica.

Purtroppo Lakatos, come più critici hanno messo in luce, a volte, era guidato più dal pregiudizio che da un'onesta valutazione dei fatti.

CONCLUSIONE

In *Proofs and Refutations* Lakatos lascia intendere che, oltre al fallibilismo popperiano, la sua altra “fonte di ispirazione” è la filosofia di Hegel; alla luce però delle critiche proposte si possono insinuare dei dubbi. Forse la “fonte” di Lakatos non è esattamente Hegel, ma l’Hegel appreso attraverso la filosofia di Lukács e la tradizione marxista. Perché Lakatos non ha mai chiaramente “reso noto” le sue fonti? Forse perché Marx e Lukács non erano delle “buone referenze” (considerando i suoi trascorsi politici) nella liberal Inghilterra? L’opportunità, borsa di studio dalla Rockefeller Foundation e cattedra all’ LSE oltre che l’aspirazione alla cittadinanza britannica, potrebbe aver giocato un ruolo non indifferente.

Per almeno dieci anni, dalla metà degli anni Quaranta fino al 1956, Lakatos e Lukács condivisero fede politica, per un periodo anche l’impegno al Ministero dell’ Educazione ungherese, e interessi filosofici. E’ certo che Lakatos, soprattutto dopo gli studi universitari, seguì assiduamente lezioni e seminari di Lukács e partecipò ad un gruppo “filosofico-politico” coordinato dallo stesso Lukács.

Cosa Lakatos può aver “attinto” da Lukács?

Prima di tutto la prospettiva che il *metodo dialettico* sia il primo strumento per comprendere la realtà e la storia. L’ambizione è quella di descrivere la storia come un processo unitario e dinamico,

per questo motivo Lukács ritorna ad analizzare accuratamente gli scritti di Hegel, e ne propone una lettura improntata sugli sviluppi del marxismo. Quindi quello insegnato da Lukács non è proprio “Hegel-Hegel”, ma piuttosto “Hegel-Marx”; ne segue che quello a cui Lakatos fa riferimento è quest’ultima “versione” del pensiero di Hegel.

Si è messo in luce che fondamentale nella dialettica hegeliana è il ruolo del soggetto, e come questo sia coinvolto attivamente nel processo dialettico; Lukács, nella sua lettura di Hegel, sposta questa prospettiva su un piano “più sociale”, parlando di *coscienza di classe* (piuttosto che della coscienza del singolo) resta però fermo il ruolo attivo che questo polo ha nella dinamica dialettica. Lukács intravede nella coscienza di classe una sorta di forza che “spinge” la dialettica, e che si evolve e cresce attraverso la storia in modo di agire in modo efficace sulla realtà (di fatto una forza trasformatrice e rivoluzionaria) e che, con la sua azione, fa crescere la conoscenza.

Anche in questo caso, come per quel che concerne la coscienza hegeliana, si possono fare a Lakatos gli stessi appunti: di questo elemento soggettivo, o meta-soggettivo, del processo dialettico: nessun accenno negli scritti di Lakatos. Perché? Due possibili risposte; in primo luogo l’ignoranza, dimostrata per quel che concerne la filosofia hegeliana, ma per quel che riguarda Lukács non sembra essere una valida spiegazione. Oppure, Lakatos “impregnato da salda fede marxista”, dava la cosa completamente per scontata, una sorta di background knowldege, e non ha mai

pensato di meglio esplicitare l'argomento. Rimane sempre attuale la spiegazione opportunistica, meglio tacere su quello che potrebbe risultare scomodo.

Lukács ha fatto anche degli interessanti appunti sul sapere scientifico:

“Mentre nella conoscenza della natura non sono presenti le determinazioni decisive della dialettica: l'interazione fra soggetto e oggetto, l'unità di teoria e praxis, la modificazione storica del sostrato delle categorie come base della loro modificazione nel pensiero...”¹¹⁵

Sembra che Lukács veda le determinazioni della dialettica ovunque, tranne che nella scienza; questo ramo del sapere, anche nel suo caso come la matematica per Hegel, rimane totalmente escluso dallo studio in base al metodo della dialettica; diversamente Engels prospetta una possibile applicazione della dialettica alle scienze della natura.

Senza ombra di dubbio Lakatos aveva ben presenti queste due prospettive; Lukács svalutava la conoscenza scientifica valutandola come inerente ai soli particolari, atomica, statica, e incapace di rendere ragione della realtà in quanto trascura il carattere storico della realtà. La filosofia della scienza veniva identificata, da Lukács, con la “filosofia borghese” del neopositivismo.

¹¹⁵ Lukács G., (1974), *Storia e coscienza di classe*, Edizioni SugarCo, Milano

Sull'altro versante stava il suggerimento di Engles che “rompeva” il pregiudizio hegeliano, e di Lukács, sulla scienza....

Si è parlato di “aggiornare” Hegel, ma anche Lukács a questo punto necessita aggiornamenti.

La filosofia di Hegel è stata presentata come uno dei principali punti di riferimento di Lakatos (“l'ideale regolativo”), ma non è solo Hegel, è una sorta di “mix” tra Hegel-Marx- Lukács e, viste le precedenti osservazioni, anche Engles.

Ecco, per esempio, come si esprimeva Lakatos in uno scritto giovanile inerente il ruolo della scienze fisiche nella società, in cui gli sviluppi della fisica atomica venivano letti in chiave di “alienazione” e nel contesto della filosofia marxista:

“One thing is for certain: conceptual dialectics is useful only in cases where is backed by historical dialectics. *The appearance of conceptual dialectics in modern physics means the necessity of the historical method....[....]*Atomic physics therefore has a huge importance concerning the general world view and human thought. *The rigidly separated – in subject as well as in method- disciplines of metaphysical materialism and historicism are taken over by the uniform cosmos of historical materialism.*
But the bourgeoisie is as incapable of exploiting the results of modern physics in philosophy as it is in production. And like the atomic bomb, the practical result of the atomic physicist's work, having left the laboratory, becomes independent of his will,

*becomes a servant of the demands of the bourgeoisie class ideology.*¹¹⁶

Lontani dal linguaggio “disinfettato” dei maggiori scritti di Lakatos non possono esservi dubbi sul forte ascendente marxista del filosofo ungherese e sui contenuti del *suo* programma di ricerca: riscrivere la filosofia della scienza borghese (neopositivistica) alla luce della filosofia dialettica (come Lakatos la concepisce) e della storia (come Lakatos la ricostruisce); questo è possibile perché anche i risultati della scienza, come altre figure della dialettica, si “staccano” dal lavoro degli scienziati “alienandosi” e iniziando un’esistenza autonoma rispetto al contesto culturale in cui sono nate. Esempio proposto da Lakatos: la bomba atomica; nata dalle menti dei fisici più brillanti e poi , una volta creata , realizzata e alienata, messa nelle mani della borghesia per tutt’altri fini.

Il nucleo del programma di Lakatos non riguarda, quindi, solo la filosofia hegeliana, ma anche questo contesto marxista-lukacsiano che sta alla base della filosofia di Lakatos.

Il rapporto con Lukács non si ferma qui, si tratta di un’influenza articolata che permea la filosofia di Lakatos in più aspetti.

¹¹⁶ Lakatos I., (2001), “Modern Physics, Modern Society” in Kampis G., Kvaz L., Stoeltzner M. (eds), (2001), *Appraising Lakatos. Mathematics, Methodology and the Man*, Kluwer, Dordrecht

Da dove Lakatos ha attinto l'idea del nucleo e della cintura protettiva? Ci possono essere analogie con l'organizzazione di un partito (comunista, per esempio)?

Lakatos ci parla di un nucleo trainante della ricerca, a cui tutti gli aspetti metafisici fanno riferimento; il nucleo del programma di ricerca organizza il lavoro, fa sì che le varie teorie implicate nel programma non si contraddicano, e che i risultati abbiano una tendenza progressiva. Il nucleo è intoccabile, gli scienziati per decisione metodologica (convenzionalismo) decidono di non modificare i suoi asserti, però questi, si evolvono storicamente e questa evoluzione arricchisce l'intero programma di ricerca. Diversamente tutto ciò che appartiene alla cintura protettiva è passibile di negoziazione e cambiamento, anche l'eliminazione degli asserti; la funzione di questa flessibilità è quella di difendere gli asserti del nucleo da possibili falsificatori potenziali e far sì che l'intero programma possa continuare a vivere.

Non è fuori luogo l'analogia con la struttura del Partito Comunista Ungherese, il nucleo è costituito dai leader che decidono la condotta del partito e la politica da tenersi. Queste figure sono intoccabili e vanno difese ad ogni costo. Sull'altro fronte della cintura protettiva si trovano tutte quelle persone, che pur condividendo la fede comunista, non sono indispensabili alla vita del partito. Sono importanti per la crescita della struttura ma, sotto particolari pressioni e in particolari circostanze, possono essere sacrificate per dei fini superiori (mantenere sicura la posizione dei leader del Partito). Esempio storico della cosa: il

suicidio-omicidio- scomparsa (chi sa cosa fu veramente?) della giovane comunista ebrea Eva Izack che, con una sua possibile confessione sotto le torture dei nazisti, avrebbe potuto causare molti danni alla struttura del Partito Comunista Ungherese.

Per il giovane Lakatos questa non era solo una “bella teoria” appresa studiando i libri di Lukács o nelle discussioni con i “compagni”, ma una *forma mentis* che ha attinto negli anni dalla sua *attiva* collaborazione con il Partito Comunista Ungherese.

Arrivato in Inghilterra Lakatos, come già accennato, “*disinfetta*” (e ne ha tutte le ragioni) la sua filosofia e i suoi scritti da questi “accenni”....ma in *Proofs and Refutations* si lascia “scappare” elencando i vari tipi di proposizioni matematiche (il corsivo è mio):

“Those which, although they *hinge on true principles*, nevertheless admit restriction or exception in certain cases.....”¹¹⁷

Quindi ci sarebbero dei principi veri e, attorno a questi, ruoterebbero tutte le altre proposizioni che sono passibili di restrizioni ed eccezioni. Non si può negare la somiglianza con la MSRP dove c’è un nucleo di proposizioni vere e “intoccabili”, mentre la cintura protettiva è passibile, al bisogno, di adattamenti.

Forse, nel pensiero di Lakatos, l’idea della MSRP, o di una struttura metodologica simile, è più “vecchia” di quanto si pensi....

¹¹⁷ Lakatos I, (1976), *Proofs and Refutations*, Cambridge University Press, Cambridge, pp. 24

Per Lukács il metodo dialettico era lo strumento per discernere fra razionalità e irrazionalità, fra progresso e degenerazione borghese, e il “collante” fra la teoria del marxismo e la pratica della politica. La dialettica aveva anche il ruolo di “strumento di decisione” nella storia.

Lo stesso modello concettuale, con dovuti “restylings” popperiani, si ritrova nella MSRP; questa dovrebbe costituire uno strumento per giudicare, e scegliere, i programmi progressivi e quelli ormai in una fase degenerare. Ovviamente la metodologia lakatosiana è un “baluardo” del progresso e, con le sue spiegazioni, o ricostruzioni, dall’interno della scienza, riesce a imporre una nuova immagine rispetto a quella della filosofia della scienza borghese (neopositivista).

L’analogia tra pratica politica e dialettica per Lukács e, tra teoria della scienza e pratica scientifica e metodologia, per Lakatos, è lampante; si può quindi pensare che Lakatos avesse in mente la “bozza” della MSRP già al tempo in cui studiava con Lukács, ma solo dopo molti anni è riuscito a realizzare il suo progetto epistemologico e ad esprimerlo con un diverso vocabolario da quello marxista.

La dialettica lukacsiana, riuscendo a mettere in luce i processi storici che soggiacciono ai fatti, ha sicuramente un forte carattere euristico; aspetto che Lakatos non ha dimenticato nella *sua* versione della dialettica. Sempre originaria di Lukács è, nel procedimento dialettico e metodologico, fare riferimento alla totalità storica; Lakatos, pretende che la MSRP non solo valuti

teorie scientifiche e programmi di ricerca, ma deve essere valida anche come un criterio “meta-storico” per ricostruire , e valutare, la storia stessa e le teorie (ideologie) soggiacenti. Le analogie con Lukács si rivelano sempre più profonde....Chiaramente, poi, per entrambi, le rispettive metodologie devono far prendere coscienza, per uno la borghesia mentre per l’altro la comunità scientifica, dello sviluppo storico in modo che, distrutta la “falsa coscienza” , sia possibile attivare il cambiamento per una nuova società, o una nuova scienza.

Come già illustrato anche l’apporto della filosofia di Popper è stato fondamentale; forse, una delle poche cose oneste che Lakatos ha detto è stato il riconoscere l’importanza fondamentale che Sir Karl ha avuto per la sua crescita intellettuale.

Popper “ha messo giacca e cravatta” ad una filosofia nata con falce e martello, rendendola una proposta interessante e stimolante al di fuori del contesto dialettico e marxista entro il quale si era formata. Sicuramente se Lakatos avesse continuato con il suo linguaggio di partito, per quanto le sue idee fossero stimolanti ed interessanti, oggi, il suo pensiero sarebbe relegato nelle appendici della critica marxista e nulla più. La filosofia di Popper, non solo ha salvato Lakatos dalle sue lacune dialettiche (erano poi *solo* lacune o anche poca voglia di usare un linguaggio decisamente scomodo nella sua situazione politica?), ma ne ha anche assicurato il “pubblico” che, nel futuro, potesse apprezzarla.

Ciò non toglie che Lakatos, indossando giacca e cravatta, e brandendo falce e martello, abbia dato un fondamentale contributo alla filosofia della scienza degli ultimi decenni.

Aspray e Kitcher ben illustrano il contributo che Lakatos ha dato, per esempio, nel contesto della filosofia della matematica:

“...proponents of the minority tradition share the view that philosophy of mathematics ought to concern itself with the kinds of issues that occupy those who study other branches of human knowledge (most obviously natural sciences). Philosophers should pose such questions as: How does mathematical knowledge grow? What is mathematical progress? What makes mathematical ideas or theories better than others? What is mathematical explanation? Ideally such questions should be addressed from the perspective of many areas of mathematics, past and present. But because the tradition is so recent, it now consists of a small number of scattered studies,If the mainstream began with Frege, the origin of the maverick tradition is a series of four papers by Lakatos, published in 1963-64 and later connected into a book (1976). Echoing Popper, Lakatos chose the title *Proof and Refutations*...”¹¹⁸

Questo, per Aspray e Kitcher, ha avuto, in primo luogo, di aprire un nuovo filone di studi nel settore della filosofia della matematica, non più solo “foundations” ma anche ricercare nella storia della matematica l’effettiva pratica della materia. Controllare

¹¹⁸ Aspray W., Kitcher P., (1988), *History and Philosophy of Modern Mathematics, Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, University of Minnesota Press, Minneapolis, pp. 17

se “l’idale” propungato dai matematici si “adatta” con i fatti storici; ricercare una metodologia al di là della sistemazione formale con cui la materia viene appresa dai manuali.

Lakatos stesso, come riporta Larvor¹¹⁹, ambiva a formare una scuola di “dialectical philosophy of mathematics”; ma, come interpretare, però, questo “dialectical”? In senso stretto, ed hegeliano-marxista, come “caro” a Lakatos, o in un senso più ampio:

“First, the dialectical philosopher of mathematics adopts what I have just called the ‘inside- phenomenological stance’. Do not let the word ‘phenomenological’ misleads you. This is not a study of what it feels like to do mathematics. The phenomenologist takes up a point of view and studies the logical construction as it were ‘from the inside’....The dialectical philosopher assumes the rationality and integrity of mathematics just as the humanist philosopher assumes the rationality and integrity of human subjects.”¹²⁰

Questa versione “allargata” di “dialectical”, pur mantenendo saldo il rapporto con la visione dall’interno della materia, permette di far riferimento a più strumenti interpretativi, non solo la dialettica hegeliana. Dialettica hegeliana che, come illustra Larvor, non è priva di problemi. Nel percorso dialettico i concetti mutano, così anche i termini, mentre la “parte logica” della matematica richiede

¹¹⁹ Larvor B., (2001), “What’s Dialectical Philosophy of Mathematics”, *Philosophia Mathematica*, vol.9, n°1, pp. 212-229
⁶ *Ibidem*

che i termini abbiano un valore e significato univoco. Hegel ha tentato di spiegare la *sua* dialettica senza fare appello alle regole della logica, questo aspetto, fondamentale per la dialettica, spostato in un contesto matematico, impone dei problemi. Problemi che devono ancora trovare una soluzione.

Certo i “dialectical philosopher” sono principalmente interessati nella nascita dei nuovi concetti, e alla logica interna della loro evoluzione (irrilevante è per Larvor la speculazione sullo status ontologico di questi concetti), ma ciò non toglie che lo iato fra dialettica e logica matematica sia troppo grande per essere sottovalutato.

Pur partendo da una prospettiva ben diversa dalla dialettica, Rota ha riscontrato lo stesso “problema”. L’approccio di Rota parte dalla fenomenologia husserliana e dal pensiero di Heidegger, da queste premesse critica aspramente il pensiero logico matematico accusandolo di essere incapace di trasmettere le relazioni contestuali e genetiche, oltre che temporali, fra le idee. Da questo punto di vista la logica figlia della teoria degli insiemi si dimostra estremamente inadatta. Rota prospetta che, un futuro, queste relazioni saranno oggetto della logica (una logica modificata e riformata, ovviamente) e “gestite” quasi fossero dei quantificatori.

Punto centrale di questa evoluzione dovrebbe essere la relazione di *Fundierung* che, nella prospettiva di Rota, unisce contestualizzandoli gli elementi di una relazione, donando a loro un significato che trascende la loro natura originaria. Un esempio pratico che Rota adduce a questo tipo di relazione è, per esempio,

il ruolo delle singole carte nel gioco del bridge; in una data circostanza hanno un ruolo ed un valore, se si cambia gioco, invece, per esempio la briscola, questo ruolo viene modificato. Fundierung è appunto quella relazione che ancora gli elementi al loro contesto ed al loro significato. Rota auspica che questi concetti, in un futuro, siano trattati come dei quantificatori e “maneggiati” dalla logica. Per ora si tratta solo di una interessante prospettiva e del futuro....

Partendo da Lakatos sembrano aprirsi anche altre prospettive che potrebbero rivelarsi feconde... Un’aspetto, sia seguendo la proposta di Larvor, che gli scritti di Rota, balza all’attenzione: questo tipo di filosofia, così intimamente legata alla scienza che vuole analizzare, richiede delle competenze, e dello studio, che vanno oltre le capacità del singolo ricercatore; forse è venuto il momento, anche per la filosofia, di passare al lavoro d’équipe, dove non conta tanto il contributo del singolo, ma il programma (il programma di ricerca tipo MSRP alla Lakatos, forse) gestito e fatto crescere da un gruppo di ricercatori.

Un’ultima parola sulle critiche, fondatissime, che Feyerabend ha posto a Lakatos. Davvero Lakatos avrebbe potuto rispondere?

Feyerabend pone delle domande che hanno a che fare con la pratica della scienza, come scegliere, cosa fare, ecc...pensa *nell’accadere delle cose*; Lakatos, intriso di dialettica, Marx, Lúkacs e quant’altro affine, pensa (e pensa sempre) ad un metalivello, dove tutto viene fatto rientrare in uno schema superiore e “super-esplicativo”. Il particolare (che poi tanto

particolare non è) viene “incasellato” come irrilevante, e che comunque, anche se si tratta di errori, vengono “autocorretti” dallo schema superiore. E’ la differenza di *Weltanschauungen* che impedisce a Lakatos di rispondere all’amico, non la difficoltà delle domande.

Lasciamo le ultime parole a Feyerabend:

“A man like him can never be completely understood on the basis of his written work alone. And this work will survive only in the hands of those who possess similar freedom, similar joy of life, and similar abundance of ideas.”¹²¹

¹²¹ Feyerabend P. K., (1975), “Imre Lakatos”, *The British Journal for the Philosophy of Science*, vol. 26, n°1, pp. 1-18

BIBLIOGRAFIA

Agassi J., (1964), “The Nature of Scientific Problems and their Roots in Metaphysics”, in Bunge M. (editor), *The Critical Approach to Science and Philosophy. Essay in Honor of K. R. Popper*, The Free Press London; trad.it, *Le radici metafisiche delle teorie scientifiche*, Edizioni Borla, Roma

Agassi J., (1981), *Between Metaphysics and Methodology*, in *Science and Society. Boston Studies in the Philosophy of Science*, 65, pp 253-261, Reidel, Dordrecht

Aspray W., Kitcher P., (1988), *History and Philosophy of Modern Mathematics*, *Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, University of Minnesota Press, Minneapolis

Atiyah M., (1974), “How Research is Carried Out”, *Bull. IMA* **10**, pp. 232-234

Atiyah M., (1984), “An Interview with Michael Atiyah”, *The Mathematical Intelligencer*, vol. 6, n°1, pp 9-19

Birkhoff G., Bennet M. K., (1988), “Felix Klein and his Erlangen Programm”, in Aspray W., Kitcher P., “History and Philosophy of Modern Mathematics”, *Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, University of Minnesota Press, Minneapolis

Bloor D., (1978), “Polyhedra and the Abominations of Leviticus”, *The British Journal for the History of Science*, vol.11, n°39, pp. 245-280

Borel A., (1983), “Mathematics: Art and Science”, *The Mathematical Intelligencer*, vol 5, n°4, pp. 9-17

Bottazzini U., (1990), *Il flauto di Hilbert*, UTET, Torino

Corfield D., (1997), “Assaying Lakatos’ Philosophy of Mathematics”, *Studies in the History and Philosophy of Science*, vol 8, n°1, pp. 99-121

Corfield D., (1998), “Beyond the Methodology of Mathematical Research Programmes”, *Philosophia Mathematica*, 6, pp. 272- 301

Corfield D., (2001), “Argumentation and the Mathematical Process”; in Kampis G., Kvaz L., Stoeltzner M. (eds), (2001), *Appraising Lakatos. Mathematics, Methodology and the Man*, Kluwer, Dordrecht

Corfield D., (2001), “The Importance of Mathematical Conceptualization”, *Studies in the History and Philosophy of Science*, vol. 32, n°3, pp. 507-533

Corfield D., (2003), *Towards a Philosophy of Real Mathematics*, Cambridge University Press, Cambridge

Ernst P., (1997), “The Legacy of Lakatos: Reconceptualizing the Philosophy of Mathematics”, *Philosophia Mathematica* (3), vol 5, pp. 116-134

Ferfermann S., (1978), “The Logic of Mathematical Discovery Vs. the Logical Structure of Mathematics”, *PSA*, vol. 2, pp. 309-327

Feyerabend P. K., (1975), “Imre Lakatos”, *The British Journal for the Philosophy of Science*, vol. 26, n°1, pp. 1-18

Feyerabend P. K., (1975), *Against the Method*, Nbl, trad.it., (1979), *Contro il metodo*, Feltrinelli, Milano

Feyerabend P. K., (1987), *Farwell to Reason*, Verso, London-New York; trad.it, (1990), *Addio alla Ragione*, Armando Editore, Roma

Feyerabend P. K., (1994), *Ammazzando il tempo*, Laterza, Roma - Bari.

Galois Evariste, (2000), *Scritti matematici*, Bollati Boringhieri, Torino

Gillies D., (eds), (1992), *Revolutions in Mathematics*, Oxford University Press, Oxford

Gillies D., Giorello G., (1995), *La filosofia della scienza nel XX secolo*, Laterza, Roma-Bari

Giorello G., (1980), 'Intuition and Rigor: Some Problems of a «Logic of Discovery» in Mathematics, in Dalla Chiara M.L. (ed), *Italian Studies in the Philosophy of Science*, Riedel Publishing Company, Dordrecht

Giusti E., (1999), *Ipotesi sulla natura degli oggetti matematici*, Bollati Boringhieri, Torino

Glas E., (1989), "Testing the Philosophy of Mathematics in the History of Mathematics. Part I: The Sociocognitive Process of Conceptual Change", *Studies in the History and Philosophy of Science*, vol. 2, n° 1, pp. 115-131

Glas E., (1989), "Testing the Philosophy of Mathematics in the History of Mathematics. Part II: The Similarity between Mathematical and Scientific Growth of Knowledge", *Studies in the History and Philosophy of Science*, vol. 20, n° 2, pp.157-174

Glas E., (1993), "From Form to Function. A Reassessment fo Felix Kline's Unified Programme of Mathematical Research, Education and Development", *Studies in the History and Philosophy of Science*, vol. 24, n°4, pp. 611-631

Glas E., (1995), "Kuhn, Lakatos and the Image of Mathematics", *Philosophia Mathematica* (3), vol. 3, pp. 225-247

Glas E., (2000), "Model-Based Reasoning and Mathematical Discovery: The Case of Felix Kline", *Studies in the History and Philosophy of Science*, vol. 31, n° 1, pp. 73-86

Glas E., (2001), “The Popperian Programme and Mathematics. Part II: From Quasi- Empiricism to Mathematical Research Programmes.”, *Studies in the History and Philosophy of Science*, vol 32, n°2, pp. 335-376

Hacking I., (1979), “Imre Lakatos’s Philosophy of Science”, *British Journal for the Philosophy of Science*, vol. 30, n°4, pp. 381-402

Hallet M., (1979), “Towards a Theory of Mathematical Research Programmes I”, *The British Journal for the Philosophy of Science*, vol. 30, n°1, pp.1-25

Hallet M., (1979), “Towards a Theory of Mathematical Research Programmes II”, *The British Journal for the Philosophy of Science*, vol. 30, n°2, pp. 135-159

Hartmann N., (1960), *Die Philosophie der deutschem Idealismus*, Walter De Gruyter & Co Verlag, Berlin; trad. It., (1972), *La filosofia dell’idealismo tedesco*, Mursia, Milano

Hawkins T., (1984), “The Erlanger Programm of Felix Klein: Reflections in ist Place in the History of Mathematics“, *Historia Mathematica*, 11, pp. 442- 470

Hawkins T., (1989), “Line Geometry, Differential Equations and the Birth of Lie’s Theory of Groups”, in Rowe D., Mc Cleary J.,(eds), *The History of Modern Mathematics*, vol 1, Academic Press

Hawkins T., (2000), *Emergence of the Theory of Lie Groups*, Springer, New York-Berlin

Hegel G.W.F.,(1970) *Die Phaenomenologie des Geistes* ,Suhrkamp Verlag, Frankfurt; trad. It, (1960), *Fenomenologia dell Spirito*, La Nuova Italia, Firenze

Jaffe A., Quinn F., (1993), “ Theoretical Mathematics: toward a Cultural Synthetis of Mathematics and Theoretical Physics”, in

Bulletin of the American Mathematical Society, n°1, vol. 29, pp. 1-13

Jordan Camille, (1989), *Traité des substitutions et des équations algébriques*, Éditions Jaques Gabay, Paris

Klein F., (2004), *Il programma di Erlangen*, Springer, Milano

Klein F., (2000), *Le conferenze americane di Felix Klein*, Springer, Milano

Kvaz L., (2000), “Changes of Language in the Development of Mathematics, *Philosophia Mathematica* (3), vol.8, pp. 47-83

Lakatos I., Musgrave A., (1970-1974), *Criticism and the Growth of Knowledge*, Cambridge University Press, Cambridge; trad. it. (1976), *Critica e crescita della conoscenza*, Feltrinelli, Milano

Lakatos I., (1976), *Proof and Refutations*, ed. Warral J., Zahar E., Cambridge University Press, Cambridge; trad.it, *Prove e confutazioni*, Feltrinelli, Milano, 1979

Lakatos, I; (1978) *The Methodology of Scientific Research Programms. Philosophical Papers Volume I*, Cambridge University Press, Cambridge; trad.it., (1985), *La metodologia dei programmi di ricerca scientifici*, Vol 1, Il Saggiatore, Milano

Lakatos I., (1978), *Mathematics, Science and Epistemology. Philosophical Papers Volume II*, Cambridge University Press, Cambridge; trad. It. (1985), *Matematica, scienza ed epistemologia. Scritti filosofici*, Vol II, Il Saggiatore, Milano

Lakatos I., (2001), “Modern Physics, Modern Society” in Kampis G., Kvaz L., Stoeltzner M. (eds), (2001), *Appraising Lakatos. Mathematics, Methodology and the Man*, Kluwer, Dordrecht

Langlands R., (2000), ‘Un explorateur de l’abstrait’, scaricabile dall’home page del Prof. Langlands sul sito www.ias.edu

Larvor B., (1994), "History, Methodology and Early Algebra", *International Studies in the Philosophy of Science*, vol. 8, n°2, pp. 113-124

Larvor B., (1997), "Lakatos as Historian", *Philosophia Mathematica*, vol.5, n°1, pp. 42-64

Larvor B., (1998), *Lakatos: An Introduction*, Routledge, London

Larvor B., (1999), "Lakatos's Mathematical Hegelianism", *The Owl of Minerva*, vol. 31, n°1, pp. 23-44

Larvor B., (2001), "What's Dialectical Philosophy of Mathematics", *Philosophia Mathematica*, vol.9, n°1, pp. 212-229

Larvor B., (2003), "Why did Kuhn's *Structure of Scientific Revolutions* cause a fuss?", *Studies in the History and Philosophy of Science*, n°34, pp. 369-390

Lúkacs G., (1959), *La distruzione della ragione*, Einaudi, Torino

Lúkacs G., (1960), *Il giovane Hegel e i problemi della società capitalista*, Einaudi, Torino

Lúkacs G., (1974), *Storia e coscienza di classe*, Sugar Co Edizioni, Milano

Motterlini M., (2000), *Lakatos. Scienza, matematica, storia*, Il Saggiatore, Milano

Motterlini M., (2002), "Reconstructing Lakatos: a reassessment of Lakatos' epistemological project in the light of Lakatos Archive.", in *Studies in the History and Philosophy of Science*, n°33, pp. 487-509

Olivieri G., (1997), "Criticism and Growth of Mathematical Knowledge", *Philosophia Mathematica*, vol. 5

Pólya G., (1945), *How to Solve it*, Princeton University Press, Princeton; trad. It., (1976), *Come risolvere I problemi in matematica*, Feltrinelli, Milano

Pólya G., (1962), *Mathematical Discovery*, John Wiley and Sons, New York; trad. It. (1971), *La scoperta matematica*, Feltrinelli, Milano

Popper K., (1934), *Logik der Forschung*, Springer, Wien; trad. It, (1970), *Logica della scoperta scientifica*, Einaudi, Torino

Popper K., (1956), *Realism and the Aim of Science from the Postscript to the Logic of Scientific Discovery*, Hutchinson, London; trad. It., (1984), *Postscritto alla logica della scoperta scientifica. Il realismo e lo scopo della scienza*, Il Saggiatore, Milano

Popper K. (1969), *Conjectures and Refutations*, Routledge, London; trad. it. *Congetture e confutazioni*, Il Mulino, Bologna

Quine W. V., (1977), “Proofs and Refutations: The Logic of Mathematical Discovery”, in *British Journal for the Philosophy of Science*, vol 28, n°1, pp.81-82

Rav Y.,(1989), “Philosophical Problems of Mathematics in the Light of Evolutionary Epistemology”, *Philosophica*, vol.43, pp. 49-78

Rav Y., (1996), “Die mathematische Taetigkeit aus der Perspektive der EE”, in Riedl R., Delpo M (eds), *Die Evolutionaere Erkenntnistheorie im Spiegel der Wissenschaften*, Wiener Universitaet Verlag, Wien

Rav Y., (1999), “Why Do We Prove Theorems”, *Philosophia Mathematica* (3), vol.7, pp. 5-41

Rosenfeld B.A., (1988), *A History of Non-Euclidean Geometry*, Springer Verlag, New York- Berlin

Rota G.C., (1986), *Discrete Thoughts*, Birkhaeuser, Boston; trad. It. (1993), *Pensieri discreti*, Garzanti, Milano

Rota G.C., (1996), *Indiscrete Thoughts*, Birkhaeuser, Boston

Rowe D., (1983), “A forgotten Chapter in the History of Felix Klein’s Erlanger Programm”, *Historia Mathematica*, 10, pp. 448-457

Rowe D., (1989), “The Early Geometrical Work of Sophus Lie and Felix Klein”, in Rowe D., McCleary J., (eds), *History of Modern Mathematics*, Academic Press

Steiner M., (1983), The Philosophy of Imre Lakatos, *Journal of Philosophy*, 80 (9), pp. 502-521

Toth I., (1987), ‘Mathematische Philosophie und hegelische Dialektik’, in Petry (ed), *Hegel un die Naturwissenschaften*, Frohmann-Holzbug Verlag, Stuttgart

Toti-Rigatelli L., (1988), *La mente algebrica. Storia dello sviluppo della teoria di Galois nel XIX secolo*, Bramante Editore,

Toti-Rigatelli L., (1993), *Matematica sulle barricate*, Sansoni, Firenze

Tymoczko T. , (eds), (1998), *New Directions in the Philosophy of Mathematics*, Princeton University Press, Princeton

Wartofsky M., (1967), “Metaphysics as Heuristic for Science”, in *Boston Studies in the History and Philosophy of Science*, vol. III, pp.123-172

Watkins J., (1958), “Confirmable and Influential Metaphysics”, *Mind*, n°67, pp. 344-366

van der Waerden B. L., (1966), *Algebra*, vol. I, Sprienger, New York – Berlin

Wettersten J., (2004), “Searching for the Holy Ascendent of Imre Lakatos”, *Philosophy of Social Sciences*, vol. 34, n°1, pp. 84-150

Yaglom I. M., (1988), *Felix Klein and Sophus Lie*, Birkhaeuser, Boston

Zahar E., (1983), “Logic of Discovery or Psychology of Invention?”, in *The British Journal for the Philosophy of Science*, vol.34, n°3, pp. 243-261

Zheng Y., (1990), “From the Logic of Mathematical Discovery to the Methodology of Scientific Research Programmes”, *British Journal for the Philosophy of Science*, vol. 41, n°3, pp. 377-399